



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

LETECKÝ ÚSTAV

INSTITUTE OF AEROSPACE ENGINEERING

**NÁVRH MODELU KŘÍDLA PRO ZKOUŠENÍ
FLUTTERU**

DESIGN OF A WING MODEL FOR FLUTTER TESTING

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Jakub Zíka

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Jan Navrátil, Ph.D.

BRNO 2018

Zadání bakalářské práce

Ústav: Letecký ústav
Student: **Jakub Zíka**
Studijní program: Strojírenství
Studijní obor: Základy strojního inženýrství
Vedoucí práce: **Ing. Jan Navrátil, Ph.D.**
Akademický rok: 2017/18

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Návrh modelu křídla pro zkoušení flutteru

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Modely pro zkoušení v aerodynamických tunelech mají v aeroelasticitě stále praktický význam. Používají se jak pro ověřování nových teorií z oblasti aeroelasticity, případně aeroservoelasticity, validaci výpočetních metod v této oblasti používaných tak i pro ověřování nových návrhů, které jsou výsledkem aeroelastické optimalizace. Jednou z výzev je správné přizpůsobení modelu velikosti aerodynamického tunelu.

Cíle bakalářské práce:

Popište podstatu metody použité ke stanovení rozměrů modelu, jeho tuhosti a rozložení hmoty. Vyberte vhodné referenční křídlo, u kterého jsou známy potřebné charakteristiky. Proveďte konstrukční návrh modelu tak, aby jej bylo možné zkoušet v aerodynamickém tunelu Leteckého ústavu.

Seznam doporučené literatury:

DANĚK, V.: Aeroelasticita, skriptá, 1987.

WOLOWICZ, C. H., BROWN Jr, J. S., GILBERT, W. P.: Similitude requirements and scaling relationships as applied to model testing, 1979.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2017/18

V Brně, dne

L. S.

doc. Ing. Jaroslav Juračka, Ph.D.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

Bakalářská práce se zabývá konstrukčním návrhem modelu křídla pro zkoušení dynamického aeroelastického jevu flutteru. První dvě teoreticky zaměřené kapitoly vysvětlují problematiku aeroelastických jevů a teorii modelových měřítek. Třetí, praktická část, podává konstrukční návrh modelu křídla na základě podobnosti s vybraným skutečným (referenčním) křídlem. Nej důležitějšími modelovanými vlastnostmi křídla jsou jeho ohybová a torzní tuhost společně s rozložením hmoty.

Klíčová slova

flutter, měřítko, model

Abstract

Bachelor thesis deals with the design of a wing model for testing the dynamic aeroelastic phenomenon of flutter. The first two chapters of the thesis present theoretical introduction to aeroelastic phenomena and scaling relationships. The third part describes the whole model designing process based on similitude requirements to a real wing. Bending and torsional stiffness along with mass distribution are the most important wing properties where similitude should be attained.

Keywords

flutter, scale, model

Bibliografická citace

ZÍKA, J. *Návrh modelu křídla pro zkoušení flutteru*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2018. 59 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Jan Navrátil, Ph.D.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci *Návrh modelu křídla pro zkoušení flutteru* vypracoval samostatně pod vedením Ing. Jana Navrátila, Ph.D., s použitím materiálů uvedených v seznamu použitých zdrojů.

Jakub Zíka

.....

Datum

.....

Podpis

Poděkování

Děkuji svému vedoucímu Ing. Janu Navrátilovi, Ph.D. za možnost zpracovávat tuto bakalářskou práci pod jeho vedením, za cenné rady, ochotu a vstřícnost při konzultacích. Za rady rovněž děkuji všem ostatním pracovníkům Leteckého ústavu, kteří se jakýmkoliv způsobem podíleli na vzniku této práce.

Největší poděkování patří rodině a blízkému okruhu přátel za podporu jak během středoškolského, tak vysokoškolského studia.

Věnování

Rád bych tuto práci věnoval svému dědečkovi Janu Kotoučovi, který ve mně již před dávnou dobou poprvé probudil myšlenku na studium letectví.

Obsah

Úvod.....	10
1. Aeroelasticita.....	11
1.1 Úvod do problematiky	11
1.2 Aeroelastické jevy	12
1.3 Flutter.....	14
2. Modelování v aeroelasticitě	17
2.1 Význam modelování.....	17
2.2 Bezrozměrné Π -veličiny a modelové zákony.....	18
3. Konstrukční návrh modelu	21
3.1 Referenční křídlo a jeho charakteristiky.....	21
3.2 Aerodynamický tunel	23
3.3 Výběr materiálu	23
3.3.1 Dural.....	24
3.3.2 Kompozitní materiály.....	24
3.3.3 Dřevo	26
3.3.4 Plast	26
3.3.5 Dílčí shrnutí výběru materiálu.....	27
3.4 Určení modelových měřítek	28
3.5 Modelování tuhostí	30
3.5.1 Elastická osa.....	31
3.5.2 Potah.....	32
3.5.3 Nosník	37
3.5.4 Dílčí shrnutí modelování tuhostí	40

3.6	Modelování rozložení hmoty	40
3.6.1	Hmotnosti úseků	40
3.6.2	Těžištní osa	42
3.6.3	Dílčí shrnutí modelování rozložení hmoty	45
3.7	Modelování momentů setrvačnosti	45
3.8	Umístění modelu v aerodynamickém tunelu	49
	Závěr	51
	Seznam použitých zdrojů	52
	Seznam použitých symbolů	53
	Seznam zkratk	55
	Seznam příloh	56
	Příloha 1 – Podklady k výpočtům a systémový výkres ref. křídla	57
	Příloha 2 – Systémový výkres modelu	59

Úvod

Nejdůležitějšími kritérii kvality letounu jsou jeho letové výkony a ekonomičnost provozu. Samozřejmostí je pak zajištění bezpečnosti. S cílem dosáhnout co nejvyšších výkonů a maximálních provozních úspor konstruktéři omezují hmotnosti leteckých konstrukcí a snaží se docílit vysokého pevnostního využití použitých materiálů. Vznikají tak lehké a pružné konstrukce, které jsou se vzrůstajícími rychlostmi letu náchylné na nebezpečné aeroelastické jevy. [1]

Naproti tomu je projektování nových letounů doprovázeno přísným procesem certifikace, tedy procesem zjišťování, zda letoun vyhovuje platným předpisům letové způsobilosti. [1] V minulosti jednoduchá certifikační kritéria stanovovala minimální potřebnou tuhost křídel, která odvracela nebezpečí vzniku libovolného aeroelastického jevu. Dnes v kombinaci s kritérii na ekonomičnost provozu letounu je certifikace v oblasti odolnosti vůči aeroelastickým jevům daleko složitější. [2]

Při vývoji letounu je k řešení aeroelastických problémů přistupováno kombinací početního řešení s řešením experimentálním, které spočívá v ověřování vypočtených výsledků zkouškou na zmenšeném modelu, případně na letounu. Vývoj letounu je však náročný a drahý, proto není možné zkoušet řadu různých prototypů. [1] S výhodou se před finálními zkouškami na samotném letounu používají zmíněné modely, které mohou při správném použití modelových zákonů odhalit chování skutečného díla např. provedením frekvenčních zkoušek nebo zkoušek flutteru.

Cílem této práce je navrhnout model křídla pro zkoušení flutteru v aerodynamickém tunelu. Na modelu má být dosaženo podobnosti s vybraným referenčním křídlem, u kterého jsou známy potřebné charakteristiky. Práce je rozdělena na celkem tři části. V první části je stručně představena problematika aeroelastických jevů se zaměřením na flutter. Druhá část pojednává o modelování v aeroelasticitě a o modelových zákonech, kterými je třeba se při návrhu zmenšeného modelu řídit. Třetí část se věnuje samotnému návrhu modelu. Na základě charakteristik referenčního křídla je modelována elastická a hmotnostní podobnost tak, aby při testování modelu v aerodynamickém tunelu došlo k vyvolání flutteru.

1. Aeroelasticita

1.1 Úvod do problematiky

Aeroelasticita je vědní disciplínou z oboru aplikované mechaniky, která se obecně zabývá vzájemným působením tuhé a tekuté fáze reálného prostředí. Pokud je libovolné těleso či konstrukce vystaveno účinkům proudícího média (nejčastěji vzduchu), mohou na takovém tělese vznikat aeroelastické jevy. Ty bývají v mnoha případech velmi nebezpečné a snahou konstruktérů je vznik těchto jevů předpovídat a zamezovat jim. Nejvíce citlivé na vznik aeroelastických jevů jsou lehké a rozměrné konstrukce, jako jsou letadla, rakety, vozidla, věže, stožáry, lanová vedení nebo mosty. [1] Známým případem, kdy vznik aeroelastického jevu vedl ke zřícení konstrukce, je havárie visutého mostu Tacoma Narrows v USA v roce 1940. Při poměrně malé rychlosti větru nastalo v jednom z úseků mostu kroutivé kmitání, jehož úhlové výchylky dosahovaly před zhroucením až 45° . [2]



Obr. 1.1 - Havárie mostu Tacoma Narrows (USA, 1940) [3]

Obor letectví doprovázely aeroelastické jevy od samotného počátku. První v literatuře popsáný případ ukroucení křídla v důsledku jevu dnes známého jako torzní divergence je havárie letounu prof. Langleye (rok 1903, pouhých osm dní před prvními úspěšnými pokusy bratří Wrightů), jehož jednoplošník nedisponoval dostatečnou torzní tuhostí. Na počátku 1. světové války se objevil zcela nový případ aeroelastického jevu, tzv. flutteru (třepetání) ocasních ploch u britských dvouplošných bombardérů. [1] V prvních chvílích nebyla známa podstata těchto

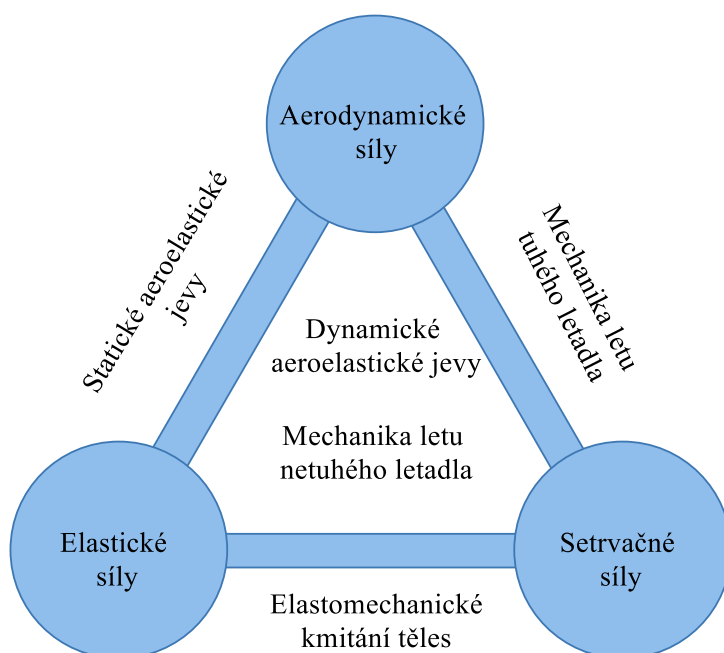
jevů ani způsob, jakým jim předejít. Až ve dvacátých a třicátých letech se podařilo jevy teoreticky podložit. V průběhu století s dalšími požadavky na vyšší rychlost letu rostl význam aeroelasticity a po překročení rychlosti zvuku se objevily i další nové aeroelastické jevy. [2]

Moderní aeroelasticita je velmi často komplikována dalšími doprovodnými vlivy, které již nemusí přímo souviset s podstatou této vědy. Proto jsou stále častěji užívány názvy, jako je např. *aerothermoelasticita* jakožto odvětví obohacené o účinky aerodynamického ohřevu, nebo *aeroservoelasticita*, kde v úvahu přicházejí interakce s automatickými prostředky řízení. [2]

1.2 Aeroelastické jevy

Prozatím byl pojem aeroelastický jev používán bez bližšího vysvětlení či definice a z textu pouze vyzněl fakt, že se jedná o jev nežádoucí. S jeho vznikem jsou spojeny tři základní druhy sil:

- aerodynamické
- elastické
- setrvačné

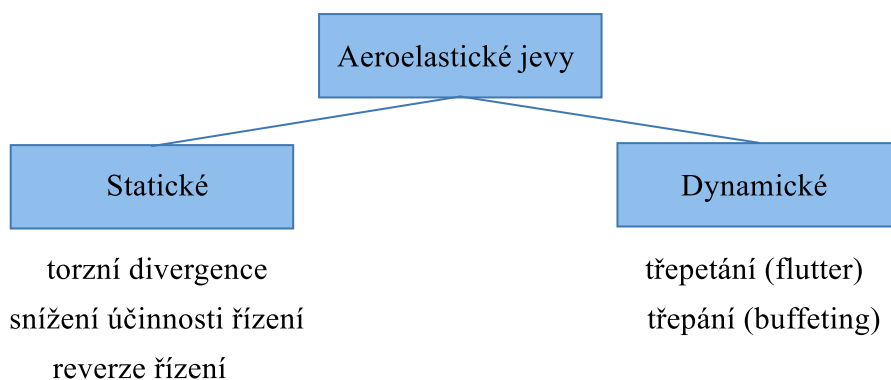


Obr. 1.2 - Trojúhelníkový diagram sil [2] - upraveno

Aeroelastickým jevem se pak rozumí fyzikální jev, jehož podstatou je vzájemné působení alespoň prvních dvou z výše zmíněných druhů sil, které vzniknou při kontaktu proudícího vzduchu a poddajného tělesa či soustavy. [2] Aerodynamické síly jsou síly, které vznikají obtékáním profilu křídla proudícím vzduchem – jedná se o aerodynamický vztlak a odpor. Síly elastické mají původ v elastických vlastnostech materiálu, ze kterého je konstrukce vyrobena. A nakonec veškerá hmota křídla a na ni působící zemské tíhové zrychlení jsou odpovědné za vznik sil setrvačných.

Vzájemné interakce zmíněných sil názorněji vystihuje trojúhelníkový diagram na obr. 1.2. Strany trojúhelníku spojující jednotlivé druhy sil znázorňují různé problémy mechaniky, jež jsou vyvolány působením pouze dvou příslušných druhů sil. Na ploše uvnitř trojúhelníku zase lze vidět, které problémy jsou předmětem řešení, když spolu interagují všechny tři zmíněné druhy sil. [2]

O charakteru zkoumaného aeroelastického jevu významně rozhoduje vliv setrvačných sil. Jevy bez přítomnosti sil setrvačných se nazývají *statické aeroelastické jevy* a jsou charakteristické jednosměrnou deformací zkoumaného objektu. V případě, že se jevů účastní i síly setrvačné, je pro objekty typický kmitavý pohyb a takovým jevům se potom říká *dynamické aeroelastické jevy*. [2] Na obr. 1.3 jsou ve schématu vyjmenovány některé důležité aeroelastické jevy. Jelikož se bakalářská práce týká zkoušení flutteru na modelovém křídle, bude v následující podkapitole tento jev blíže vysvětlen.



Obr. 1.3 – Rozdělení aeroelastických jevů [2] - upraveno

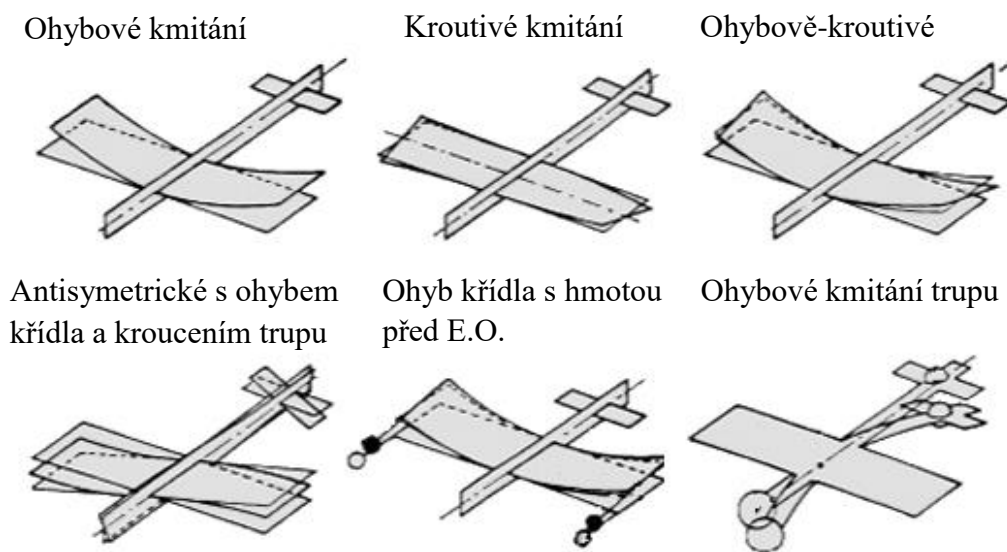
1.3 Flutter

Flutter je aeroelastický jev charakteristický samobuzeným kmitáním pružné konstrukce, která se nachází v proudu vzduchu. Jak již bylo zmíněno, jedná se o jev dynamický, jelikož se na jeho vzniku mimo aerodynamických a elastických sil podílí i síly setrvačné. [2] Klasický flutter¹ probíhá v nerušeném proudění a je udržovaný aerodynamickými silami, které si kmitající konstrukce sama vytváří. [1]

Existuje několik významnějších druhů flutteru:

- ohybově-krouťivý flutter
- ohybově-křídélkový flutter
- ohybově-krouťivý flutter s vychylováním křidélek nebo kormidel

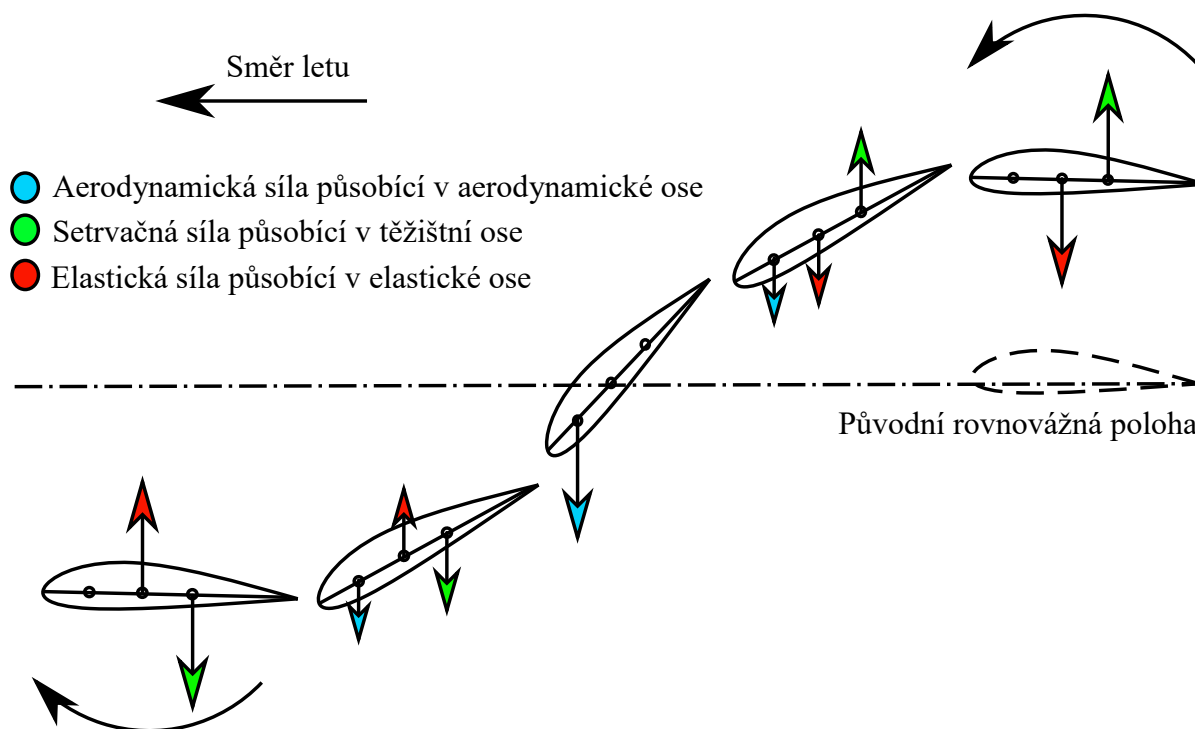
Flutter lze z hlediska tvaru také rozdělit na *symetrický* a *antisymetrický*. [2] Některé výše zmíněné druhy flutteru společně s jinými jsou zobrazeny na obr. 1.4.



Obr. 1.4 – Různé druhy flutteru [4] - upraveno

¹ Známý též jako flutter v potenciálním proudu. Předmětem zkoumání aeroelasticity je také tzv. flutter s odtržením proudu, u kterého má na charakter jevu podstatný vliv vznik intenzivních vírů v blízkosti povrchu křídla. Kvůli složitým nelinearitám je výzkum tohoto jevu odkázán převážně na experimentální výsledky. [2]

Ohybově-krouťivý flutter v jednom sledovaném řezu křídlem je znázorněn na obr. 1.5. Zakreslena je i vzájemná souhra aerodynamických, elastických a setrvačných sil.

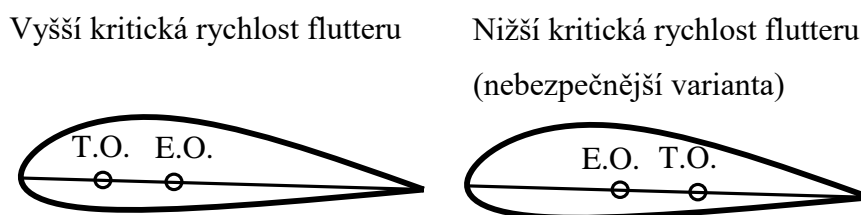


Obr. 1.5 - Průběh ohybově-krouťivého flutteru [1] - upraveno

Protože zkoumat celý průběh pohybu křídla jakožto aeroelastické soustavy je složité, výpočty se zaměřují pouze na okamžik přechodu tlumeného kmitání v kmitání netlumené. Pokud je tedy řeč o flutteru, je tím myšlen právě tento mezní stav. Zmíněný stav nastává při jedné konkrétní rychlosti letu, která se nazývá *kritická rychlost flutteru*. [2] Ta závisí na mnoha parametrech, zejména na torzní a ohybové tuhosti křídla a na rozložení hmoty po rozpětí. V jednoduchých případech lze kritickou rychlost flutteru vyčíslit analyticky řešením soustavy diferenciálních rovnic. Pro složitější tvary a konstrukce nosných ploch se k určení této rychlosti využívají především numerické simulace metodou konečných prvků.

Konstrukčními parametry, které nejpodstatněji ovlivňují kritickou rychlost flutteru, jsou zmíněná tuhost křídla a rozložení hmoty. Z analýz plyne, že zvyšování torzní tuhosti silně navyšuje hodnotu rychlosti flutteru. Ohybová tuhost k jejímu navýšení přispívá také, ale pouze

mírně. Co se týče rozložení hmoty, vliv polohy těžištní osy² (dále T.O.) vůči elastické ose³ (dále E.O.) je velice podstatný. Čím je vzdálenost T.O. za E.O. menší, tím větší je rychlost flutteru. Nejlepší konfigurací je pokud T.O. splývá s E.O. či se T.O. dokonce nachází před E.O. Pro názornost jsou dva protikladné případy uvedeny na obr. 1.6. Posledním konstrukčním parametrem, který rychlost flutteru může výrazněji ovlivnit, je hmotnostní vyvážení (příp. nevyvážení) kormidel. Dále už menší vliv mají půdorysný tvar křídla, případně úhel šípů. [2]



Obr. 1.6 - Vliv polohy těžištní osy na kritickou rychlost flutteru

Modelování tuhostí a hmotnostního rozložení bude základem konstrukčního návrhu a všechny příslušné veličiny budou detailně vysvětleny v kapitole 3.

² Spojnice hmotných středů všech úseků křídla.

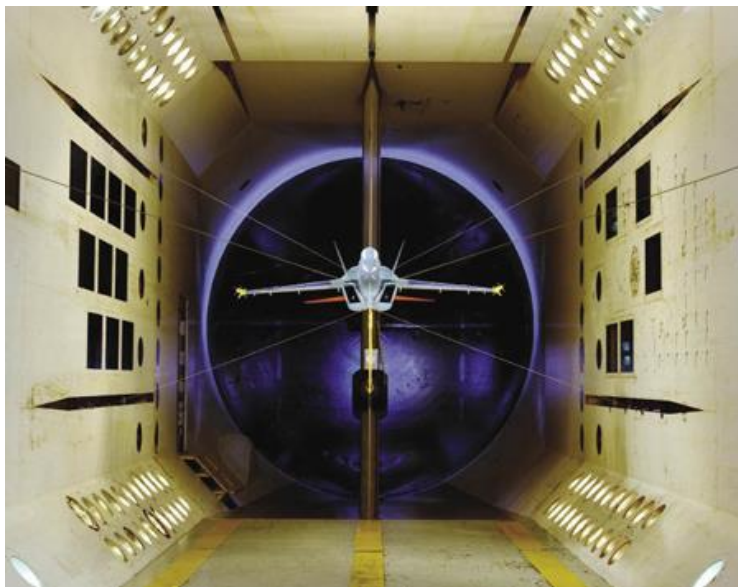
³ Spojnice smykových středů všech úseků křídla. Pokud se křídlo v této ose zatíží silou (či spojitým zatížením), bude namáháno čistým (bezkrutovým) ohybem. [1]

2. Modelování v aeroelasticitě

2.1 Význam modelování

Modelový experiment je jedním ze základních a účinných přístupů ke zkoumání aeroelastic-
kých jevů. Vedle početního řešení a zkoušek na skutečných letadlech se jedná o nedílnou sou-
část vývoje prototypů. Experimentální aeroelasticita také může pomáhat v ověřování nových
teoretických přístupů k aeroelastickým jevům. [1]

Testování aeroelastických modelů v aerodynamických tunelech má nesporné výhody. Modelovat se v laboratorních podmínkách dají jen zkoumané části letounu, jako je samotné křídlo či samotná ocasní plocha. Experiment lze provádět opakovaně a jeho podmínky se dají velice dobře řídit s ohledem na výkonové možnosti testovacího zařízení. V tunelu je také možno snadněji izolovat nežádoucí rušivé vlivy a na modelu měřit veličiny, které by se na skutečném díle měřily obtížně, případně by se nedaly měřit vůbec. [2] Modely do tunelů lze konstruovat podstatně jednodušeji než skutečná díla při současném zachování zkoumaných vlastností. Např. reálné složité vyztužené dvounosníkové křídlo lze pro zkoušení v tunelu modelovat křídlem s jediným nosníkem. Přesto se při vhodném přepočítání tuhostí bude model chovat (v přísluš-
ném měřítku) stejně jako reálné křídlo.



Obr. 2.1 - Test flutteru na modelu v aerodynamickém tunelu (Langley Research Center, USA) [5]

2.2 Bezrozměrné Π -veličiny a modelové zákony

Každá fyzikální veličina je charakterizována svými rozměry ve zvolené soustavě jednotek. Nejčastěji je používána soustava SI. Při studiu mechanického děje jsou veličiny v něm vystupující dány součinem mocnin (obecně racionálních mocnin) tří veličin základních: délky (L), hmotnosti (M) a času (T). Odpovídající základní jednotky těchto veličin jsou [m], [kg] a [s]. Rozměr jakékoliv fyzikální veličiny, která ovlivňuje studovaný mechanický děj, lze vyjádřit pomocí těchto základních jednotek. Takovýmto „rozkladem“ veličin se zabývá *dimenzionální analýza*. [2]

Libovolný mechanický děj lze popsat rovnicí vyjadřující funkční závislost mezi veličinami, jež v tomto ději vystupují. Tato funkční závislost má tvar $f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = 0$. Pokud se veličiny převedou do bezrozměrných tvarů (tj. rozměrově homogenní rovnice⁴ veličin vydělíme některým jejich členem), vzniknou tzv. *bezrozměrné Π -veličiny*. Zmíněnou funkční závislost mezi veličinami lze pak zapsat jako funkční závislost mezi bezrozměrnými Π -veličinami ve tvaru $f(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_n) = 0$. Těmto Π -veličinám se také říká podobnostní čísla a některé z nich jsou již dlouho známy a využívají se v různých oblastech fyziky. Jsou to např. Reynoldsovo číslo⁵ nebo Machovo číslo⁶. Pokud se podaří nalézt u zkoumaného děje úplný soubor Π -veličin, lze pak při dodržení jejich hodnot sledovat průběh tohoto děje nezávisle na rozměrech objektu, který je studován. Z toho vyplývá, že lze fyzikální děje při dodržení podobnostních čísel zkoumat na zmenšených modelech. [2]

⁴ Rovnice, jejíž všechny členy mají stejný fyzikální rozměr. Každá fyzikální rovnice musí být rozměrově homogenní. [1]

⁵ Udává vliv setrvačných a třecích sil u tělesa obtékaného proudícím médiem. S jeho pomocí lze odhadnout charakter proudění (laminární vs. turbulentní).

⁶ Udává poměr rychlosti tělesa v daném prostředí k rychlosti zvuku v tomto prostředí.

Při zkoumání flutteru existuje 16 fyzikálních veličin, které jev ovlivňují. Celkově lze pro flutter nalézt 13 nezávislých bezrozměrných Π -veličin. Některé tyto Π -veličiny (podobnostní čísla) jsou pro ukázkou uvedeny v rovnicích (2.1). Úplný výčet uvádí literatura [2]

$$\begin{aligned}\Pi_1 &= \frac{l_x}{l_y} [-] \\ \Pi_2 &= \frac{EJ}{GJ_k} [-]\end{aligned}\tag{2.1}$$

Dále poměr fyzikální veličiny příslušící modelu (označeno indexem M) ke stejné veličině příslušící skutečnému objektu (označeno indexem S) se nazývá *modelové měřítko*. Např. měřítko délky ve směru osy x je

$$k_{l_x} = \frac{l_{xM}}{l_{xS}} [-]\tag{2.2}$$

Tímto způsobem se definují všechna modelová měřítka a vzniklé rovnice typu (2.2) se postupně dosadí do celého výčtu podobnostních čísel (2.1). Za podmínky, že podobnostní čísla pro model i skutečnost musí být stejná ($\Pi_{1M} = \Pi_{1S}$), vzniknou *modelové zákony*. Jeden takto odvozený zákon pro délky ukazuje rovnice (2.3). Vyjadřuje skutečnost, že poměry délek ve směrech x a y musí zůstat stejné.

$$\frac{k_{l_x}}{k_{l_y}} = 1 [-]\tag{2.3}$$

Bylo řečeno, že v souboru podobnostních čísel vystupuje 16 fyzikálních veličin, zatímco samotných čísel je pouze 13. To znamená, že 3 veličiny (měřítka) si lze libovolně zvolit a zbývajících 13 je vázáno modelovými zákony. Volí se nejčastěji měřítko délek, rychlostí a hustoty vzduchu. Měřítka délek je voleno z důvodu rozměrových omezení měřicí sekce aerodynamického tunelu. Měřítka rychlostí a hustoty vzduchu je třeba zase volit s ohledem na výkonové možnosti tunelu. [2]

Pokud jsou dodrženy všechny modelové zákony, model se nazývá *úplný model*. Často však pro posouzení určité charakteristiky není třeba dodržet všechny zákony, ale pouze ty pro zkoumaný jev důležité. Daný model je pak *model přibližný*. [1]

3. Konstrukční návrh modelu

3.1 Referenční křídlo a jeho charakteristiky

Pro vytvoření modelu, na kterém bude možno testovat flutter v aerodynamickém tunelu Leteckého ústavu, je vhodné vyjít ze skutečného křídla, u kterého jsou známy potřebné charakteristiky ovlivňující flutter. Je třeba znát také samotnou kritickou rychlost flutteru. Po dohodě s vedoucím práce bylo za toto referenční křídlo zvoleno křídlo experimentálního letounu VUT 061 Turbo.



Obr. 3.1 - VUT 061 Turbo [6]

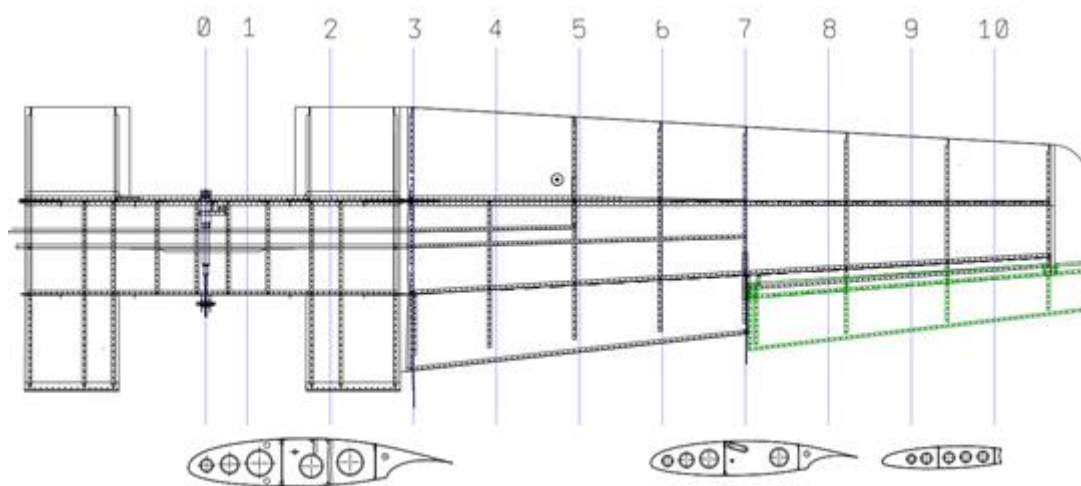
Referenční křídlo je půdorysným tvarem lichoběžníkové křídlo (s koncovým obloukem), které je celé vyrobeno z duralu. Ohybové namáhání přenáší dva nosníky, namáhání krutem přenáší plechový potah. Stabilitu potahu po celém rozpětí zajišťují žebra. V příloze 1 je uveden systémový výkres křídla, kde jsou zakótovány potřebné rozměry a je naznačena poloha nosníků. Pro potřeby modelu budou provedena některá zjednodušení. Tvar křídla bude čistě lichoběžníkový bez koncového oblouku (na výkrese lichoběžníkové zakončení vyznačeno červeně), modelovat se bude pouze vnější část křídla bez centroplánu⁷ a zanedbá se přítomnost pohyblivého kormidla.

⁷ Část křídla pevně spojená s trupem letadla, ke které se připojuje vnější část křídla. Na obr. 3.2 centroplán končí před řezem 3.

Křídlo je definováno celkem jedenácti řezy. Polohy těchto definičních řezů jsou zobrazeny na obr. 3.2. V každém řezu jsou známy veličiny, které flutter ovlivňují. Jedná se o následující veličiny:

- průřezové charakteristiky
 - osový kvadratický moment J_{xS}
 - modul tuhosti v krutu J_{kS}
- hmotnosti jednotlivých úseků m_S
- poloha elastické osy
- vzdálenost těžištní osy od osy elastické a_S

Veškeré číselné hodnoty jsou k nalezení v příloze 1. Z numerických výpočtů byla stanovena velikost kritické rychlosti flutteru na $v_{kS} = 136$ m/s.



Obr. 3.2 – Schéma referenčního křídla [Zdroj: technická dokumentace letounu VUT 061 Turbo]

3.2 Aerodynamický tunel

Volba modelových měřítek, která umožní vyčíslení veličin pro zmenšený model křídla, vychází z dostupné techniky. V aerodynamickém tunelu Leteckého ústavu VUT FSI cirkuluje vzduch a při určité a plně regulovatelné rychlosti vstupuje do měřicí sekce. Rozměry měřicí sekce jsou prvním důležitým parametrem pro dimenzování modelu. Sekce má tvar obdélníku s vnitřními rozměry 500×700 mm (výška × šířka). Druhým důležitým parametrem je rychlost proudění, kterou je schopen tunel v prostoru měřicí sekce vyvinout. Její hodnota je $v_{kM} = 50$ m/s.



Obr. 3.3 - Aerodynamický tunel Leteckého ústavu (vpravo měřicí sekce z plexisklových panelů)

3.3 Výběr materiálu

Při volbě materiálu je třeba brát v úvahu několik faktorů. Prvním hlediskem jsou elastické materiálové charakteristiky (modul pružnosti v tahu E a modul pružnosti ve smyku G), které budou mít zásadní vliv na tuhost modelu. Dalším hlediskem je hustota materiálu, která by měla být co možná nejnížší, aby byla na modelu co nejlépe docílena hmotnostní podobnost. V neposlední řadě je třeba brát v úvahu i způsob zpracování materiálu při výrobě modelu. Technologie výroby modelu by měla být co nejjednodušší. V následující části budou stručně představeny

jednotlivé možnosti výběru a následně vyhodnocena nejlepší varianta, která bude pro model použita.

3.3.1 Dural

První možností je vyrobit model křídla ze stejného materiálu, jako je referenční křídlo. Dural je slitina hliníku a mědi s méně zastoupenými přísadami manganu, hořčíku a jiných prvků. Výhoda použití duralu spočívá v tom, že se jedná o materiál, který je izotropní⁸. Má tím pádem jednoznačně definované a snadno dohledatelné moduly pružnosti v tahu $E = 72 \text{ GPa}$ a ve smyku $G = 27 \text{ GPa}$. Jeho nevýhodou naproti tomu je, že pro potřeby modelu má právě tyto moduly pružnosti velice vysoké, což výrazně navyšuje tuhost modelu. Za ohybovou tuhost se obvykle považuje součin EJ_x , kde E je zmíněný modul pružnosti v tahu a J_x je osový kvadratický moment příčného průřezu k příslušné ose. Analogicky lze pomocí modulu pružnosti ve smyku G a modulu tuhosti v krutu J_k definovat tuhost v krutu GJ_k . Další nevýhodou použití duralu pro potřeby modelu je jeho vysoká měrná hmotnost, která se pohybuje okolo 2800 kg/m^3 .

3.3.2 Kompozitní materiály

Kompozity jsou materiály skládající se obvykle ze dvou (ale možno i více) složek. Každá složka plní jinou specifickou funkci a má jiné materiálové vlastnosti. Materiálové vlastnosti složek bývají většinou značně odlišné. Jedna složka tvoří tzv. *matrici* a druhá složka tvoří *výztuž*. Matrice má funkci pojiva a vytváří tvar tělesa. Naproti tomu výztuž přenáší zatížení. [7]

V leteckém průmyslu jsou hojně využívány především vláknové kompozity. Matrici zde obvykle tvoří epoxidová pryskyřice a výztuž je tvořena uhlíkovými nebo skelnými vlákny v podobě tkaniny. Výhoda použití tohoto typu materiálu spočívá v relativně nízké měrné hmotnosti, kterou lze určit ze směšovacího pravidla (3.1), pokud jsou známy hustoty matrice a vláken a objemový podíl vláken⁹ v kompozitu. [7]

$$\rho_c = \rho_f V_f + \rho_m (1 - V_f) [\text{kg/m}^3] \quad (3.1)$$

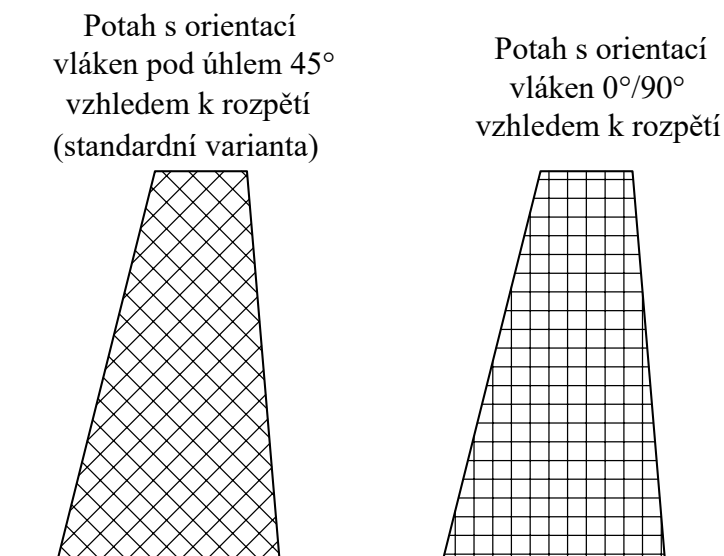
⁸ Má ve všech směrech stejné materiálové vlastnosti.

⁹ Tento parametr uvádí, kolik procent celkového objemu kompozitu zaujímají vlákna.

Tabulka 3.1 - Orientační hodnoty hustot pro zvažované kompozitní materiály

Materiál	Hustota vláken	Hustota matrice	Objemový podíl vláken	Hustota kompozitu
-	ρ_f [kg/m ³]	ρ_m [kg/m ³]	V_f [-]	ρ_c [kg/m ³]
Uhlíkový kompozit	1770	1100÷1400	0,35	1335÷1530
Skelný kompozit	2550	1100÷1400	0,35	1610÷1800

Pokud se jedná o mechanické vlastnosti, kompozitní materiály nejsou izotropní, tudíž se na rozdíl od kovů chovají v různých směrech různě. Znamená to tedy, že moduly pružnosti (a tedy i tuhosti modelu) budou záviset na orientaci vláken. Za předpokladu, že křídlo bude třeba potáhnout souvislou vrstvou kompozitního materiálu, elastické vlastnosti takové vrstvy popisuje tabulka 3.1 a značení jednotlivých modulů pružnosti objasňuje obr. 3.4.



Obr. 3.4 - Schéma způsobů potažení křídla s ohledem na orientaci vláken

Tabulka 3.2 - Hodnoty modulů pružnosti pro různé orientace vláken zvažovaných kompozitních materiálů

Materiál	E (45°)	E (0°/90°)	G (45°)	G (0°/90°)
-	[GPa]	[GPa]	[GPa]	[GPa]
Uhlíkový kompozit	10,2	39,5	16	1,6
Skelný kompozit	10,7	16,2	7,7	2,9

3.3.3 Dřevo

Dřevo je oblíbeným modelářským materiálem zejména pro jeho nízkou hustotu a snadnou zpracovatelnost. Dřevo navíc disponuje poměrně nízkými moduly pružnosti v tahu i ve smyku. Pro potřeby modelu, který má být napočítán v určitém měřítku a má číselně splňovat konkrétní hodnoty průřezových charakteristik, ale není příliš vhodným kandidátem. Důvodem je, že jeho mechanické vlastnosti závisí na různých faktorech, např. na vlhkosti. Dvě desky ze stejného druhu dřeva mohou proto mít různé moduly pružnosti. V případě použití dřeva by adekvátním postupem pro následné výpočty bylo provedení tahových a smykových zkoušek na různých vzorcích a stanovení konkrétních hodnot modulů pružnosti.

3.3.4 Plast

V současné době je populární technologie výroby různých prototypů dílů na 3D tiskárnách. Tiskárna dokáže vyrobit poměrně složité tvary, které by jinak byly vyrobitelné obtížně, a to pouze na základě CAD modelu součásti ve vhodném formátu souboru. Materiály užívané při 3D tisku jsou různé druhy plastů ve formě tiskových strun, které jsou za vyšší teploty roztaveny a tiskovou hlavou po vrstvách nanášeny na podložku. Tyto tzv. termoplasty disponují nízkou hustotou a rovněž nízkými moduly pružnosti.

Z mnoha různých variant nejvíce přichází v úvahu materiál ASA¹⁰. Jedná se o konstrukční termoplast s dobrou mechanickou odolností, přilnavostí vrstev a rozměrovou stabilitou. [8] Jelikož se různé materiály při chladnutí více či méně smršťují, je rozměrová stabilita ASA velmi výhodnou vlastností pro použití k tisku modelu křídla. V následující tabulce jsou uvedeny nejdůležitější vlastnosti tohoto materiálu:

Tabulka 3.3 - Vybrané vlastnosti materiálu ASA [9]

Materiál	Modul pružnosti v tahu	Modul pružnosti ve smyku	Hustota
-	E [GPa]	G [GPa]	ρ [kg/m ³]
ASA	2,6	0,9	1070

¹⁰ Akrylonitril-styren-akryl [8]

3.3.5 Dílčí shrnutí výběru materiálu

Pro určení nejvhodnějšího materiálu ze všech zmíněných je třeba provést několik předběžných výpočtů, které budou blíže rozebrány v kapitolách 3.4 a 3.5. Návrhem modelové konstrukce je situace, kdy část křídla bude tvořena tenkostěnnou dutinou (která přenesení zatížení krutem) a nosníkem (přenesení zatížení ohybem a bude fixovat polohu elastické osy). Právě zmíněná tenkostěnná dutina je kritické místo a tloušťka její stěny musí být hodnota, která bude v praxi vyrobitelná. Následující tabulky shrnují předběžný výpočet a porovnávají vhodnost použití jednotlivých materiálů (dřevo z důvodů uvedených v oddílu 3.3.3 není ve výpočtech zahrnuto):

Tabulka 3.4 – Přehled všech materiálů a orientační určení tloušťky stěny dutiny pro dané materiály

Materiál	Modul pružnosti v tahu	Modul pružnosti ve smyku	Nejmenší tloušťka stěny dutiny
	E [GPa]	G [GPa]	t [mm]
Dural	72	27	0,04
Uhlíkový kompozit (45°)	10,2	16	0,07
Uhlíkový kompozit (0°/90°)	39,5	1,6	0,75
Sklenný kompozit (45°)	10,7	7,7	0,16
Sklenný kompozit (0°/90°)	16,2	2,9	0,41
Termoplast ASA	2,6	0,9	1,33

Tabulka 3.5 - Porovnání vhodnosti použití jednotlivých materiálů

Materiál	Hustota	Použití materiálu
-	ρ [kg/m ³]	-
Dural	2800	nevhodné
Uhlíkový kompozit (45°)	1335÷1530	nevhodné
Uhlíkový kompozit (0°/90°)	1335÷1530	spíše vhodné
Sklenný kompozit (45°)	1610÷1800	spíše nevhodné
Sklenný kompozit (0°/90°)	1610÷1800	spíše vhodné
Termoplast ASA	1070	vhodné

Jak je vidět z tabulek 3.4 a 3.5, vyrábět model z duralu, uhlíkového kompozitu s orientací vláken 45° nebo skelného kompozitu s orientací 45° je nevhodné, jelikož tloušťky stěn jsou příliš malé a v praxi nevyrobitelné. Uhlíkový kompozit s orientací $0^\circ/90^\circ$ a skelný kompozit s orientací $0^\circ/90^\circ$ jsou již lepší variantou, nicméně při výrobě je stále při daných rozměrech poměrně obtížné docílit správného objemového podílu vláken a matrice, tudíž by vyrobený potah mohl disponovat jinými moduly pružnosti, než které se při výpočtech uvažovaly.

Jako nejvhodnější materiál k výrobě modelu se jeví termoplast ASA. Model z tohoto materiálu se buď v celku, nebo po částech (bude záležet na rozměrech tiskového prostoru) vytiskne na 3D tiskárně. Tloušťka stěny dutiny se po rozpětí bude plynule měnit, což pro tiskárnu není překážkou. Tím se docílí nejlepší elastické podobnosti. Další výhodou ASA je nejnižší hustota ze všech zvažovaných materiálů, díky které bude možno dobře modelovat hmotnostní podobnost.

3.4 Určení modelových měřítek

Po stanovení materiálu modelu se již definitivně může přistoupit k výpočtu modelových měřítek. Jak bylo zmíněno v kapitole 2.2, tři měřítka se volí s ohledem na výkonové možnosti tunelu a rozměry měřicí sekce:

$$k_{lx} = \frac{l_{xM}}{l_{xS}} [-] \quad (3.2)$$

$$k_v = \frac{v_{kM}}{v_{kS}} [-] \quad (3.3)$$

$$k_\rho = \frac{\rho_M}{\rho_S} [-] \quad (3.4)$$

Měřítka délek (3.2) se volí na základě délky skutečného křídla a délkového rozměru prostoru měřicí sekce. Dle rovnice (2.3) na str. 19 platí, že měřítka délek ve směrech x a y jsou shodná. Stejná vazba platí i mezi směry y a z. Dále se tedy bude užívat univerzální měřítko délky označené pouze k_l (bez indexu příslušné osy). Měřicí sekce má délku 700 mm a skutečné křídlo bez centrolánu má délku 3800 mm. Při číselném poměru délkového měřítka 1:7 je délka modelového křídla zhruba 543 mm, což je délka, která dostatečně využívá prostoru měřicí sekce a zároveň zahrnuje dostatečnou vůli (po dohodě s vedoucím práce byla tato vůle stanovena na nejméně 150 mm) mezi stěnou měřicí sekce a koncem křídla.

Konečná hodnota měřítka délek je tedy

$$k_l = \frac{1}{7} \doteq 0,143$$

Při určení měřítka rychlostí (3.3) se vyjde z hodnoty skutečné rychlosti flutteru v_{kS} referenčního křídla a rychlosti proudění dosažitelné v tunelu. Při této rychlosti proudění v_{kM} pak na modelovém křídle dojde k flutteru. Při hodnotách $v_{kS} = 136$ m/s a $v_{kM} = 50$ m/s je hodnota měřítka rychlostí rovna

$$k_v = \frac{50}{136} \doteq 0,368$$

Měřítka hustoty vzduchu (3.4) vstupuje do výpočtu v případě, že se v aerodynamickém tunelu modeluje let ve vysoké nadmořské výšce, kde je hustota vzduchu nižší. Kritická rychlost flutteru referenčního letounu VUT 061 Turbo byla stanovena pro 0 m nadmořské výšky podle MSA¹¹, kde je hustota vzduchu $\rho_S = 1,225$ kg/m³. Stejná hodnota hustoty vzduchu ρ_M je uvažována i pro zkoušení v tunelu. Platí tedy

$$k_\rho = 1$$

Na základě těchto tří zvolených měřítek lze vyčíslit všechna ostatní měřítka. Při zkoumání flutteru se však stačí omezit pouze na několik pro daný jev relevantních měřítek. [10]

$$k_{EJ_x} = \frac{(EJ_x)_M}{(EJ_x)_S} = k_\rho \cdot k_v^2 \cdot k_l^4 [-] \quad (3.5)$$

$$k_{J_x} = \frac{J_{xM}}{J_{xS}} = \frac{E_S}{E_M} \cdot k_\rho \cdot k_v^2 \cdot k_l^4 [-] \quad (3.6)$$

$$k_{GJ_k} = \frac{(GJ_k)_M}{(GJ_k)_S} = k_\rho \cdot k_v^2 \cdot k_l^4 [-] \quad (3.7)$$

$$k_{J_k} = \frac{J_{kM}}{J_{kS}} = \frac{G_S}{G_M} \cdot k_\rho \cdot k_v^2 \cdot k_l^4 [-] \quad (3.8)$$

$$k_m = \frac{m_M}{m_S} = k_\rho \cdot k_l^3 [-] \quad (3.9)$$

¹¹ Mezinárodní standardní atmosféra

Vztah (3.5) je měřítkem ohybové tuhosti. Z něj je odvozeno měřítko osových kvadratických momentů (3.6). Analogicky funguje měřítko torzní tuhosti (3.7) a z něj odvozené měřítko modulů tuhosti v krutu (3.8). Poslední vztah (3.9) je měřítkem hmotností. Po dosazení předchozích zvolených měřitek a modulů pružnosti duralu E_S a ASA E_M jsou tato závislá měřítka rovna hodnotám

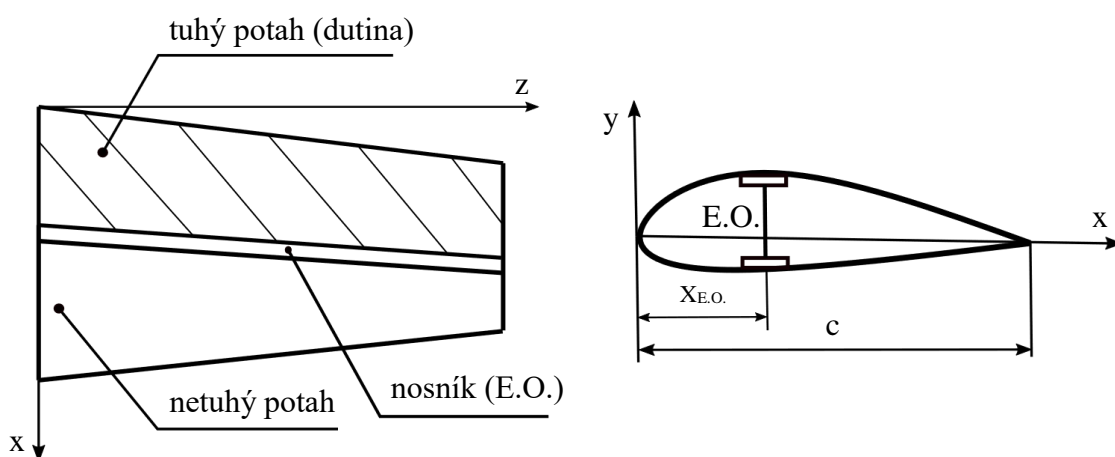
$$k_{J_x} = 1,56 \cdot 10^{-3}$$

$$k_{J_k} = 1,69 \cdot 10^{-3}$$

$$k_m = 2,92 \cdot 10^{-3}$$

3.5 Modelování tuhostí

Jako konstrukce modelového křídla, která přenesou veškerá zatížení, byla zvolena varianta jedonosníkového jednodutinového křídla. Nosník přenáší pouze normálový ohyb a fixuje polohu elastické osy. Tuhý potah tvoří tenkostěnná dutina, která přenáší pouze smykové zatížení od krutu. Tato dutina je ohraničena náběžnou hranou a nosníkem. Zbytek nosné plochy mezi nosníkem a odtokovou hranou bude tvořit netuhý potah. [11] Při návrhu konstrukce bude nejprve stanovena poloha nosníku (tedy E.O.), následně spočítána dutina a v poslední části se dutina doplní o pásnice nosníku.



Obr. 3.5 – Schéma návrhové konstrukce a použité souřadné systémy

3.5.1 Elastická osa

Spojnice smykových středů podél rozpětí křídla tvoří elastickou osu. U reálných konstrukcí nebývá v pravém slova smyslu osou, ale v důsledku různých anomálií vnitřní struktury křídla se může od osy lišit a být tak spíše lomenou čarou. Pokud odchylky nejsou velké, lze tuto lomenou spojnici proložit přímkou a považovat ji za tzv. smluvní elastickou osu. [2] Elastická osa referenčního křídla je definována v řadě řezů (jiných řezů, než které jsou vyobrazeny na obr. 3.2). V každém řezu křídla z_S má profil křídla určitou lokální hloubku c_S . Tyto veličiny křídla jsou pomocí měřítka délek přepočítány na veličiny modelu z_M a c_M , jak je patrné z rovnic (3.10) a (3.11). Poloha elastické osy je pak definována v procentech lokální hloubky. Všechny diskrétní hodnoty polohy elastické osy v daných řezech jsou uvedeny v tabulce 3.6 a vyneseny do grafu 3.1. Hodnoty jsou zároveň proloženy lineární spojnici trendu, jejíž rovnice je rovnice smluvní elastické osy modelu.

$$z_M = k_l \cdot z_S \text{ [mm]} \quad (3.10)$$

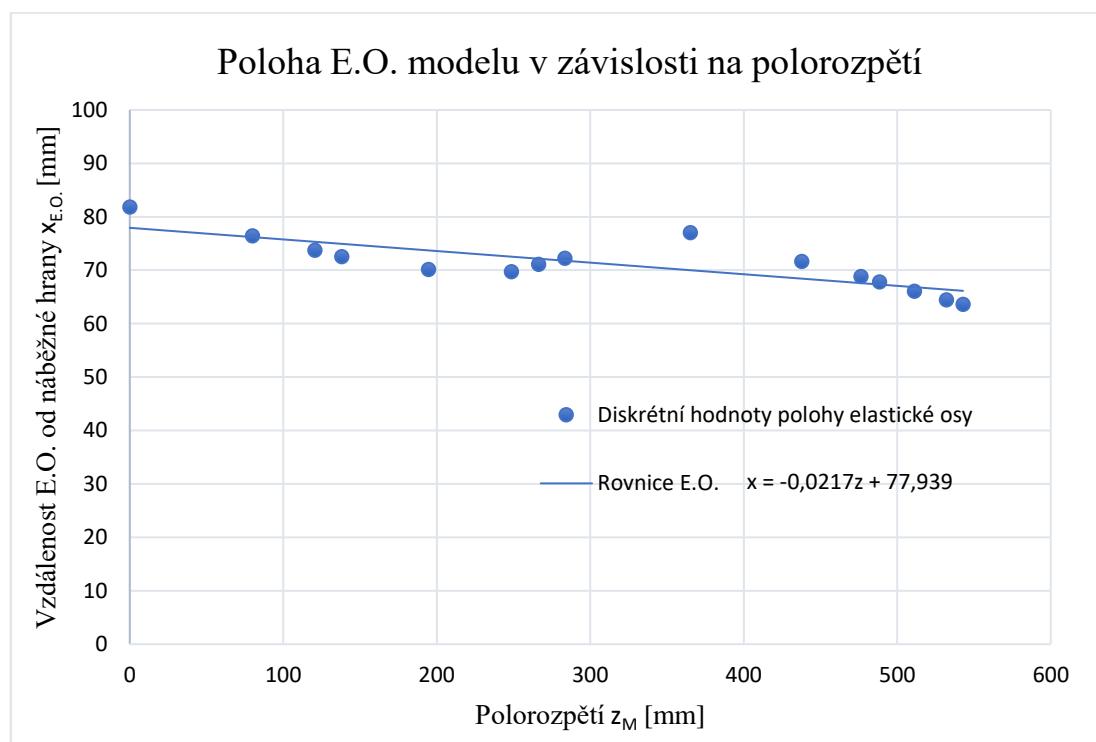
$$c_M = k_l \cdot c_S \text{ [mm]} \quad (3.11)$$

Tabulka 3.6 - Určení polohy E.O. modelu

Řez		Lokální hloubka		Poloha E.O.	
z_S [mm]	z_M [mm]	c_S [mm]	c_M [mm]	$x_{E.O.}$ [%c]	$x_{E.O.}$ [mm]
0	0	1500	214,3	38,2	81,9
559	80	1401	200,1	38,2	76,5
844	121	1351	193,0	38,2	73,7
967	138	1329	189,9	38,2	72,5
1362	195	1259	179,9	39	70,1
1741	249	1193	170,4	40,9	69,7
1864	266	1171	167,3	42,5	71,1
1985	284	1149	164,1	44	72,2
2556	365	1049	149,9	51,4	77,0
3064	438	959	137,0	52,3	71,7
3335	476	911	130,1	52,9	68,8
3419	488	896	128,0	53	67,8

Tabulka 3.7 - Určení polohy E.O. modelu (pokračování)

Řez		Lokální hloubka		Poloha E.O.	
z_S [mm]	z_M [mm]	c_S [mm]	c_M [mm]	$x_{E.O.}$ [%c]	$x_{E.O.}$ [mm]
3578	511	868	124,0	53,3	66,1
3724	532	842	120,3	53,6	64,5
3800	543	829	118,4	53,7	63,6

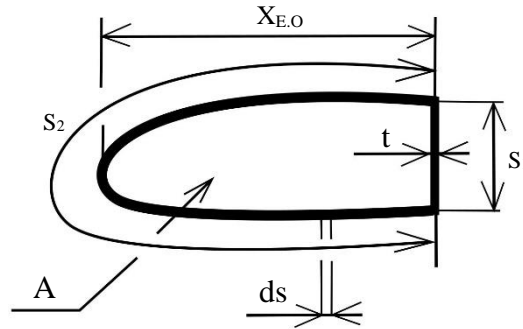


Graf 3.1 - Poloha E.O. v závislosti na polorozpětí

3.5.2 Potah

Geometrie tenkostěnné dutiny, která přenesse smykové zatížení od krutu, je v každém definičním řezu (řezu podle obr. 3.2) určena délkou oblouku¹², výškou stojiny (stojina se v každém řezu nachází v poloze elastické osy určené rovnicí z grafu 3.1) a obsahem plochy vymezené těmito křivkami. Na obr. 3.6 jsou zmíněné veličiny zobrazeny.

¹² Tvar oblouku je v každém řezu, stejně jako u skutečného křídla, určen interpolací profilů GA(W)-1 a GA(W)-2



Obr. 3.6 - Schéma dutiny s veličinami potřebnými k výpočtu modulu tuhosti v krutu

V každém definičním řezu křídla známe modul tuhosti v krutu J_{kS} , který vyjadřuje míru odporu průřezu vůči namáhání krutem. Přes modelové měřítko modulů tuhosti k_{J_k} určené z rovnice (3.8) lze moduly tuhosti křídla přepočítat na moduly tuhosti modelu následovně:

$$J_{kM} = k_{J_k} \cdot J_{kS} [\text{mm}^4] \quad (3.12)$$

Modul tuhosti v krutu pro uvažovanou tenkostěnnou dutinu se určí ze vztahu uvedeném v literatuře [2],

$$J_{kM} = \frac{4A^2}{\oint \frac{ds}{t}} [\text{mm}^4] \quad (3.13)$$

kde křivkový integrál ve jmenovateli reprezentuje obvod uzavřené dutiny podělený tloušťkou její stěny a může přejít ve variantu se sumou

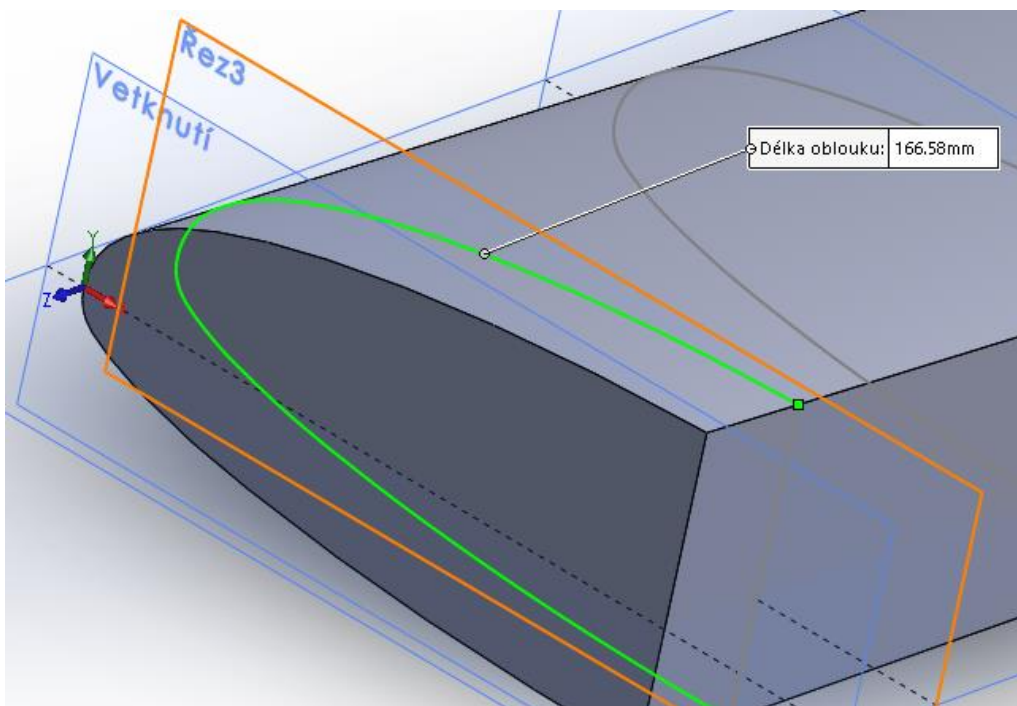
$$\oint \frac{ds}{t} = \sum_{i=1}^2 \frac{s_i}{t} [-] \quad (3.14)$$

Po rozepsání sumy a dosazení zpět do vztahu (3.13) má výsledný vztah pro určení J_k tvar

$$J_{kM} = \frac{4A^2}{\frac{s_1 + s_2}{t}} = \frac{4tA^2}{s_1 + s_2} [\text{mm}^4] \quad (3.15)$$

Obsah plochy A a délky s_1 a s_2 jsou známé veličiny určené z geometrie pracovního CAD modelu. Modul tuhosti J_{kM} je znám díky modelovému měřítku. Neznámou veličinou je tloušťka stěny t v každém řezu. Vyjádřením z rovnice (3.15) je tloušťka určena vztahem

$$t = \frac{J_{kM}(s_1 + s_2)}{4A^2} \text{ [mm]} \quad (3.16)$$



Obr. 3.7 - Ukázka měření obvodu dutiny v pomocném CAD modelu

Následující tabulky shrnují všechny veličiny potřebné k určení tloušťky stěny

Tabulka 3.8 - Určení modulů tuhosti v krutu pro model

[-]	Řez		Modul tuhosti v krutu	
	z_S [mm]	z_M [mm]	J_{kS} [mm ⁴]	J_{kM} [mm ⁴]
3	93,8	13,4	44400000	74985,0
4	531,3	75,9	36300000	61305,3
5	968,8	138,4	29300000	49483,3
6	1406,3	200,9	22800000	38505,8
7	1843,8	263,4	17800000	30061,5

Tabulka 3.9 - Určení modulů tuhosti v krutu pro model (pokračování)

[-]	Řez		Modul tuhosti v krutu	
	z_S [mm]	z_M [mm]	J_{kS} [mm ⁴]	J_{kM} [mm ⁴]
8	2281,3	325,9	13600000	22968,4
9	2718,8	388,4	10000000	16888,5
10	3156,3	450,9	7170000	12109,1

Tabulka 3.10 - Určení tloušťky stěny dutiny pro první tři řezy

Řez	Obvod dutiny		Obsah plochy	Tloušťka stěny dutiny
[-]	s_1 [mm]	s_2 [mm]	A [mm ²]	t [mm]
3	35,9	166,6	2218,2	0,77
4	33,5	163	2051,4	0,72
5	31	159,4	1884	0,66

Protože 3D tisk je omezen tloušťkou stěn výrobků, které se obvykle pohybují okolo 1 mm, je již z prvních tří řezů vidět, že tloušťka stěny takto navržené dutiny je příliš malá a po vyrobení (pokud by ji vůbec bylo možné vyrobit) by se chovala nestabilně. Je zřejmé, že tímto způsobem nelze elastické podobnosti docílit. Možnosti řešení jsou v podstatě tři a vycházejí z definice měřítka momentů k_{J_k} . První možností je výběr jiného (méně tuhého) materiálu modelu. Tato možnost však již byla při výběru materiálu zohledněna a z dostupných materiálů byl vybrán ten nejvhodnější. Druhou možností je korigovat měřítko délek. Šířka tunelu (700 mm) umožňuje použití většího měřítka s číselným poměrem 1:6, nicméně model má v tomto případě délku 633 mm, což výrazně zmenšuje vůli mezi stěnou měřicí sekce a koncem modelu. Změna rozměrů modelu navíc nemá na tloušťku stěny výrazný vliv, což bylo ověřeno orientačním výpočtem s novým délkovým měřítkem. Poslední možností je korigovat měřítko rychlostí k_v . Pokud se uměle stanoví velikost skutečné kritické rychlosti flutteru na nižší korigovanou hodnotu, např. $v_{kS}^* = 75$ m/s, bude již možné docílit elastické podobnosti. Při rychlosti proudění v tunelu v_{kM} sice v takovém případě flutter nebude vyvolán, nicméně jej pak bude možno docílit jinak, a to dodatečnou změnou polohy těžištní osy. Pro novou korigovanou

hodnotu kritické rychlosti flutteru jsou tedy po přepočítání měřítko rychlostí (3.3) a na něm závislé měřítko modulů tuhosti (3.8) rovna

$$k_v^* = \frac{v_{kM}}{v_{kS}^*} \doteq 0,667$$

$$k_{J_k}^* = \frac{E_S}{E_M} \cdot k_\rho \cdot k_v^{*2} \cdot k_l^4 \doteq 5,55 \cdot 10^{-3}$$

Celý výpočet korigovaných modulů tuhosti v krutu a následně tloušťky stěny pak shrnují následující tabulky:

Tabulka 3.11 - Určení modulů tuhosti v krutu pro model po korigování měřítek

Řez			Modul tuhosti v krutu	
[-]	z_S [mm]	z_M [mm]	J_{kS} [mm ⁴]	J_{kM} [mm ⁴]
3	93,8	13,4	44400000	246563,9
4	531,3	75,9	36300000	201582,7
5	968,8	138,4	29300000	162710,0
6	1406,3	200,9	22800000	126613,9
7	1843,8	263,4	17800000	98847,7
8	2281,3	325,9	13600000	75524,1
9	2718,8	388,4	10000000	55532,4
10	3156,3	450,9	7170000	39816,7

Tabulka 3.12 - Určení tloušťky stěny dutiny po korigování měřítek

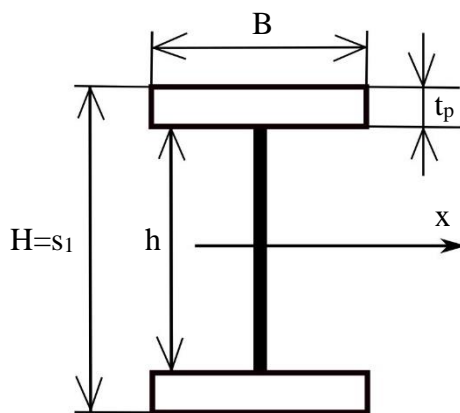
Řez	Obvod dutiny		Obsah plochy	Tloušťka stěny dutiny
[-]	s_1 [mm]	s_2 [mm]	A [mm ²]	t [mm]
3	35,9	166,6	2218,2	2,54
4	33,5	163	2051,4	2,35
5	31	159,4	1884	2,18
6	28,6	155,8	1722	1,97
7	26	152,3	1561	1,81

Tabulka 3.13 - Určení tloušťky stěny dutiny po korigování měřitek (pokračování)

Řez	Obvod dutiny		Obsah plochy	Tloušťka stěny dutiny
[-]	s_1 [mm]	s_2 [mm]	A [mm ²]	t [mm]
8	23,5	148,7	1401,6	1,66
9	20,1	145,2	1247	1,48
10	18,1	141,7	1093,3	1,33

3.5.3 Nosník

Nosník jako základní prvek pro přenos ohybového namáhání křídla je tvořen stojinou (svislou stěnou dutiny) a pásnicemi. Tyto části dohromady v každém průřezu tvoří I-profil. Pásnice se nejčastěji umísťují do místa maximální tloušťky profilu. [11] V případě modelu budou umístěny do místa, kudy prochází smluvní elastická osa. Pásnice jsou (zjednodušeně) v průřezu obdélníky a jejich geometrie je jednoznačně určena dvěma výškami a šířkou. Na obr. 3.8 jsou zmíněné veličiny zobrazeny.



Obr. 3.8 - Schéma nosníku s veličinami potřebnými k výpočtu osového kvadratického momentu průřezu

V každém definičním řezu křídla známe osový kvadratický moment J_{xS} , který vyjadřuje míru odporu průřezu nosníku vůči namáhání ohybem. Přes modelové měřítko momentů $k_{J_x}^*$ (stejně jako v předchozím oddíle rovnou analogicky korigované pomocí k_v^*) určené z rovnice (3.6) lze kvadratické momenty křídla přepočítat na kvadratické momenty modelu následovně:

$$J_{xM} = k_{J_x}^* \cdot J_{xS} \text{ [mm}^4\text{]} \quad (3.17)$$

Osový kvadratický moment průřezu (k těžišti průřezu) k ose x pro obdélníkové pásnice lze určit jako rozdíl kvadratických momentů dvou obdélníků:

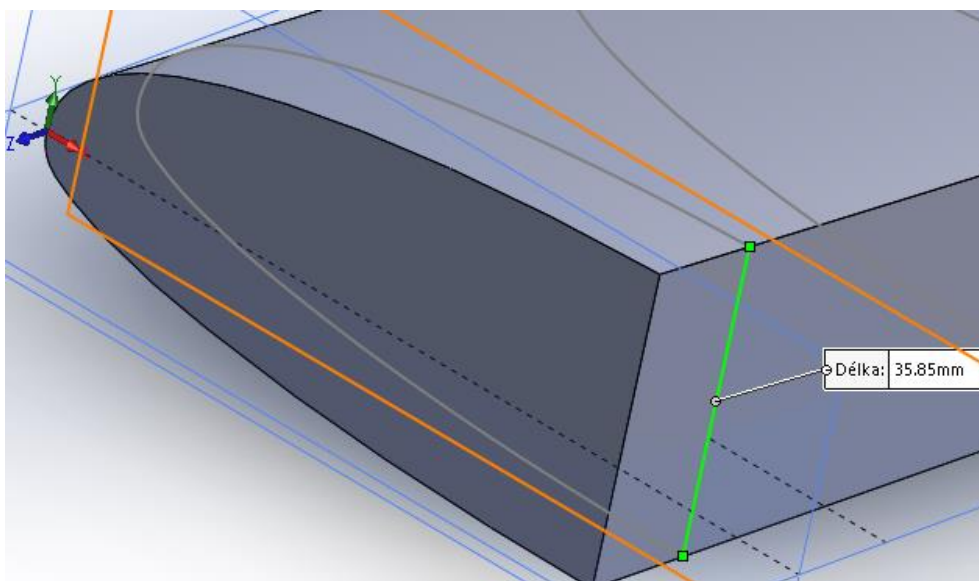
$$J_{xM} = \frac{BH^3}{12} - \frac{Bh^3}{12} = \frac{B}{12}(H^3 - h^3) \text{ [mm}^4\text{]} \quad (3.18)$$

Výška stojiny H je veličina určená z geometrie pracovního CAD modelu. Jedná se v podstatě o délku s_1 z předchozího oddílu. Šířka pásnice B je veličina, kterou si lze libovolně zvolit. V modelu se bude dále uvažovat $B = 15 \text{ mm}$ po celé délce křídla. Osový kvadratický moment J_{xM} je znám z modelového měřítka. Neznámou veličinou je výška h , která společně s výškou H určí v každém řezu tloušťku pásnice t_p . Vyjádřením z rovnice (3.18) je výška h určena vztahem

$$h = \sqrt[3]{H^3 - \frac{12J_{xM}}{B}} \text{ [mm]} \quad (3.19)$$

a tloušťka pásnice vztahem

$$t_p = \frac{H - h}{2} \text{ [mm]} \quad (3.20)$$



Obr. 3.9 - Ukázka měření výšky stojiny v pomocném CAD modelu

Celý výpočet osových kvadratických momentů a následně výšky h (resp. tloušťky pásnic t_p) podle vztahů (3.17), (3.19) a (3.20) pak shrnují následující tabulky:

Tabulka 3.14 - Určení osových kvadratických momentů pro model

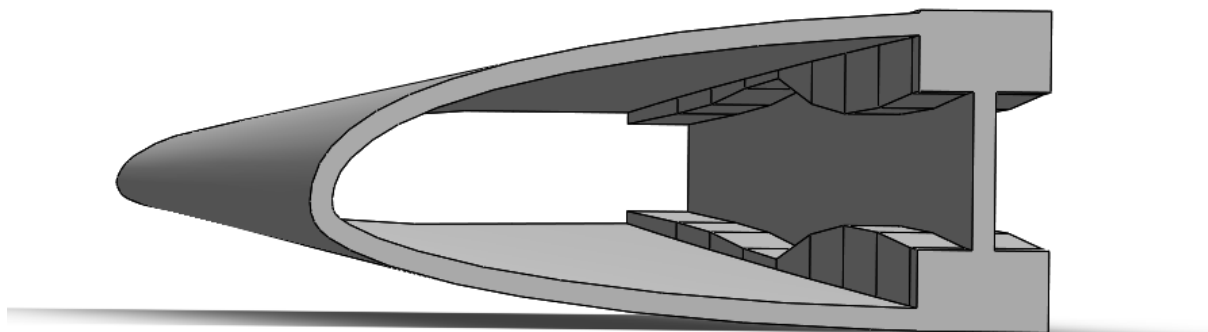
Řez			Osový kvadratický moment	
[-]	z_S [mm]	z_M [mm]	J_{xS} [mm ⁴]	J_{xM} [mm ⁴]
3	93,8	13,4	9960500	51058,2
4	531,3	75,9	8480433	43471,3
5	968,8	138,4	6785048	34780,6
6	1406,3	200,9	4906915	25153,2
7	1843,8	263,4	2194406	11248,7
8	2281,3	325,9	1732776	8882,3
9	2718,8	388,4	1339847	6868,1
10	3156,3	450,9	986863	5058,7

Tabulka 3.15 - Určení tloušťky pásnic modelu

Řez	Výška stojiny	Šířka pásnic	Vzdálenost pásnic	Tloušťka pásnice
[-]	H [mm]	B [mm]	h [mm]	t_p [mm]
3	35,9	15	17,6	9,2
4	33,5	15	14,1	9,7
5	31	15	12,5	9,2
6	28,6	15	14,8	6,9
7	26	15	20,5	2,8
8	23,5	15	18,0	2,7
9	20,1	15	13,8	3,2
10	18,1	15	12,3	2,9

3.5.4 Dílčí shrnutí modelování tuhostí

V předchozích oddílech byly určeny všechny parametry konstrukce potřebné ke splnění elastické podobnosti. Elastická podobnost je nyní vztažena ke korigované rychlosti flutteru. Nejprve byla určena poloha smluvní elastické osy. Z té bylo dále možno určit rozměry dutiny, která slouží k přenosu smykového zatížení od krutu a plní funkci potahu skutečného křídla. Nakonec byly určeny rozměry pásnic nosníku, který přenáší ohybové zatížení a fixuje smluvní elastickou osu. V každém definičním řezu mají zmíněné prvky vyčíslené rozměry, které se postupně po rozpětí zmenšují. Mezi definičními řezy se uvažuje lineární interpolace rozměrů. Z těchto poznatků byla vytvořena další verze CAD modelu, která bude sloužit k určení rozložení hmoty.



Obr. 3.10 - CAD model dutiny a nosníku

3.6 Modelování rozložení hmoty

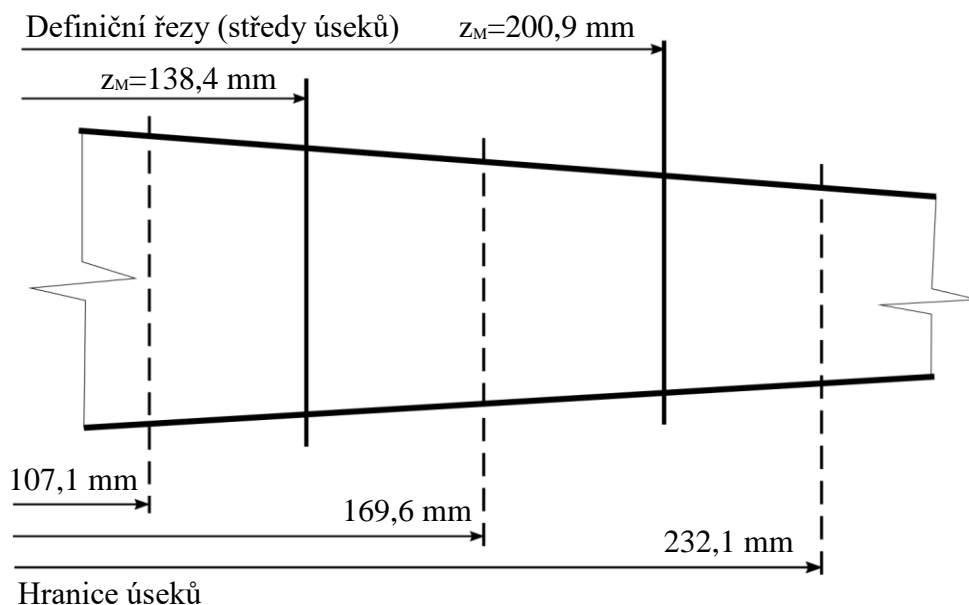
Řešení rozložení hmoty po rozpětí křídla spočívá v určení hmotností úseků modelu a v určení polohy těžištní osy. Z podkladů v příloze 1 jsou známy hmotnosti jednotlivých řezů m_S a vzdálenost těžištní osy od elastické osy a_S .

3.6.1 Hmotnosti úseků

Pro dodržení podobnosti setrvačných sil je třeba na modelu docílit správných hodnot hmotností jednotlivých úseků modelového křídla. Tyto hodnoty vycházejí z měřítka hmotností k_m . Jestliže je známa hmotnost úseku křídla m_S , pak hmotnost úseku modelu je definována pomocí měřítka jako

$$m_M = k_m \cdot m_S \text{ [g]} \quad (3.21)$$

Důležitá je interpretace hmotnosti úseku křídla (resp. modelu). Poloha definičního řezu se nyní bere jako střed úseku. Hranice úseku jsou od středu úseku vzdáleny o polovinu vzdálenosti mezi jednotlivými řezy. Názorněji tuto problematiku úseků vystihuje následující schéma, kde jsou pro ukázkou zobrazeny úseky 5 a 6 (ohraničený čárkovaně):



Obr. 3.11 - Schéma úseků modelu pro určení hmotnosti

Úseky a samotný výpočet požadovaných hmotností jednotlivých úseků modelu podle vztahu (3.21) shrnuje následující tabulka:

Tabulka 3.16 - Určení požadovaných hodnot hmotností úseků modelu

Úsek	Hranice a střed úseku modelu			Hmotnost úseku	
	Levá	Střed	Pravá	Křídlo	Model
[-]	[mm]	z_M [mm]	[mm]	m_S [kg]	m_M [g]
3	0,0	13,4	44,6	9,76	28,5
4	44,6	75,9	107,1	8,76	25,6
5	107,1	138,4	169,6	7,81	22,8
6	169,6	200,9	232,1	6,91	20,1
7	232,1	263,4	294,6	6,06	17,7
8	294,6	325,9	357,1	5,28	15,4
9	357,1	388,4	419,6	4,55	13,3
10	419,6	450,9	482,1	3,87	11,3

Tabulka 3.17 – Srovnání hmotností

Jelikož je v každém definičním řezu model přesně definován svými rozměry, které určují jeho elastické vlastnosti, je jeho skutečná hmotnost již daná. Proto jedním z hlavních požadavků na materiál byla nízká hustota. Skutečnou hmotnost modelu lze určit v CAD softwaru. Ukazuje se, že změřené skutečné hmotnosti jednotlivých úseků jsou vyšší než požadované hmotnosti určené měřítkem. V současné situaci by ale jakýkoliv pokus o redukci hmotnosti způsobil změnu v elastických vlastnostech konstrukce. Je tedy zřejmé, že měřítko hmotnosti v tomto případě nelze zcela dodržet. V tabulce 3.17 je uvedeno srovnání požadovaných a skutečných hmotností jednotlivých úseků.

Úsek	Hmotnost úseku modelu	
	Požadovaná	Skutečná
[-]	m_M [g]	m_M [g]
3	28,5	32,7
4	25,6	43,9
5	22,8	40,2
6	20,1	33,4
7	17,7	25,1
8	15,4	22
9	13,3	20,4
10	11,3	18

3.6.2 Těžištní osa

Jak již bylo zmíněno v podkapitole 1.3, veliký vliv na kritickou rychlost flutteru má vzájemná poloha E.O. a T.O. Vzhledem k tomu, že při návrhu dutiny a nosníku proběhlo korigování měřítek, nestačí již nyní na modelu pouze dodržet polohu T.O. (jako tomu bylo v případě E.O.), ale je třeba tuto osu uměle posunout dále směrem od náběžné hrany, resp. dále od E.O. směrem k odtokové hraně.

Nejprve je třeba v každém definičním řezu určit požadovanou polohu T.O. na základě podkladů z přílohy 1. Poté se z CAD modelu v každém řezu určí skutečná poloha T.O. Nakonec se pomocí dovažovacích hmot po rozpětí T.O. přesune blíže k odtokové hraně a umožní tak vyvolání flutteru.

Je-li známa vzdálenost T.O. od E.O. a_S na křídle, pak vzdálenost a_M na modelu se pomocí měřítka délek k_l určí již známým způsobem jako

$$a_M = k_l \cdot a_S \text{ [mm]} \quad (3.22)$$

Kladná hodnota a_S (resp. a_M) znamená, že je T.O. o tuto hodnotu posunuta od E.O. směrem k náběžné hraně. Je-li poloha $x_{E.O.}$ v každém definičním řezu určena rovnicí smluvní E.O. z grafu 3.1, pak poloha $x_{T.O.}$ modelu se v daném souřadném systému určí jako

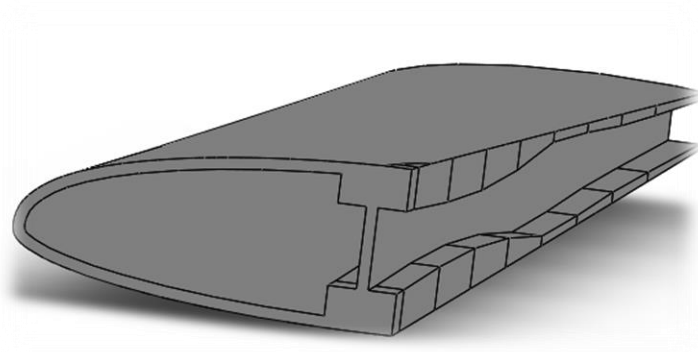
$$x_{T.O.} = x_{E.O.} - a_M \text{ [mm]} \quad (3.23)$$

Celý výpočet požadované polohy T.O. (tedy polohy T.O. referenčního křídla) na základě vztahů (3.22) a (3.23) shrnuje následující tabulka:

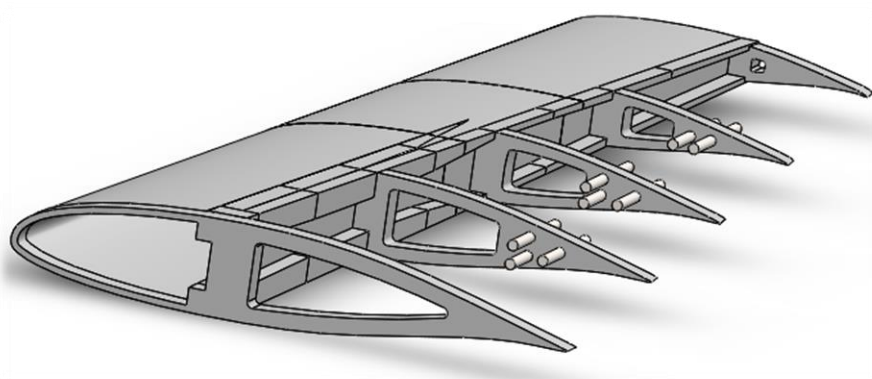
Tabulka 3.18 - Určení požadované polohy T.O. modelu

Řez	Vzdálenost T.O. od E.O.		Poloha E.O./T.O. modelu	
[-]	a_S [mm]	a_M [mm]	$x_{E.O.}$ [mm]	$x_{T.O.}$ [mm]
3	42,1	6,0	77,6	71,6
4	40,2	5,7	76,3	70,5
5	38,7	5,5	74,9	69,4
6	41,6	5,9	73,6	67,6
7	64,5	9,2	72,2	63,0
8	66,8	9,5	70,9	61,3
9	204,5	29,2	69,5	40,3
10	187,2	26,7	68,2	41,4

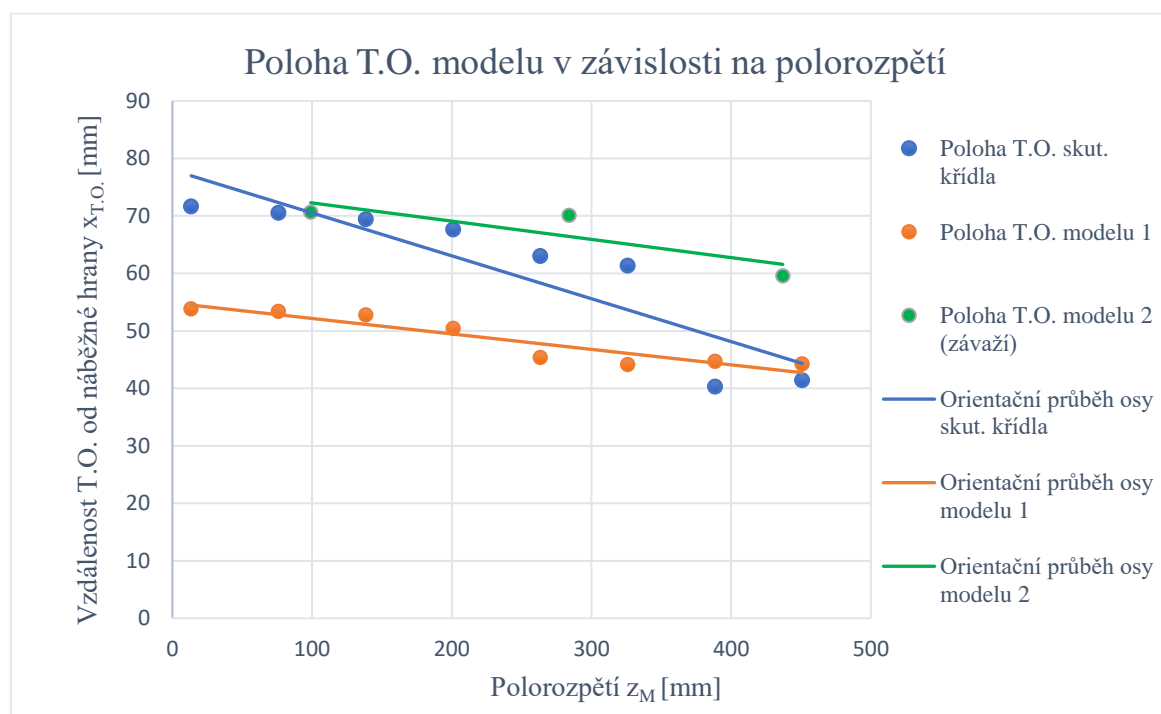
Po výpočtu požadované polohy T.O. byla v CAD softwaru nejprve určena poloha T.O. pro model dutiny na obr. 3.12. Následně byla pro model navržena jednoduchá žebra, která umožní do vybraných míst umístit závaží a zároveň zajistí stabilitu budoucího potahu modelu po celém rozpětí. Poloha žebířů a závaží je uvedena v systémovém výkresu modelu v příloze 2. Při použití celkem osmi závaží o hmotnosti 4,9 g (ocelové válcové kolíky o průměru 4 mm a délce 50 mm) byla pro tuto konfiguraci v CAD softwaru opět určena poloha T.O. V tomto případě byla poloha určena celkem pro tři úseky. Tato vyvážená verze modelu je zobrazena na obr. 3.13. Pro přehlednost je orientační poloha T.O. pro obě konfigurace uvedena v grafu 3.2. Ke srovnání je zde uvedena i poloha T.O. referenčního křídla. V grafu zjednodušeně řečeno platí pravidlo dále od náběžné hrany → nižší potřebná rychlost k vyvolání flutteru.



Obr. 3.12 – Model 1 pro určování těžiště



Obr. 3.13 – Model 2 (model 1 doplněný o žebra a závaží pro posuv těžiště)



Graf 3.2 - Srovnání poloh T.O. jednotlivých konfigurací

3.6.3 Dílčí shrnutí modelování rozložení hmoty

V předchozích oddílech byla modelována hmotnostní podobnost. Ukázalo se, že tuto podobnost nelze zcela dodržet, jelikož je vázána na předchozí modelování elastických vlastností. Hmotnosti jednotlivých úseků byly přesto vyčísleny a odchylky od požadovaných hodnot prezentovány ve srovnávací tabulce 3.17. Velký vliv na kritickou rychlost flutteru má poloha T.O. V příslušném oddílu byla nejprve určena její poloha na modelovém křídle tak, aby odpovídala poloze na křídle skutečném. Cílem bylo přesunout tuto polohu T.O. na modelovém křídle dále od náběžné hrany, než by ve skutečnosti měla být, aby bylo po korigování měřítek v kapitole 3.5 dosaženo flutteru. Toto posunutí těžiště bylo zajištěno doplněním dutiny o několik žeber¹³, která umožňují umístění závaží. V dané situaci je nutno brát v úvahu, že přidáním žeber a závaží byla navýšena hmotnost modelu, což opět porušuje hmotnostní podobnost. Je třeba také dodat, že s novou polohou T.O. je kvantitativně již obtížné stanovit aktuální kritickou rychlost flutteru modelu. V tuto chvíli je zjišťování této rychlosti odkázáno na samotné testování v tunelu a případné další experimentální změny ve vyvažování (použití hmotnějších/méně hmotných závaží).

3.7 Modelování momentů setrvačnosti

Při modelování flutteru patří k relevantním měřítkům také měřítko momentů setrvačnosti. [10] Obdobně jako všechna ostatní modelová měřítka je definováno jako

$$k_I = \frac{I_M}{I_S} [-] \quad (3.24)$$

kde I_M je moment setrvačnosti daného úseku modelu a I_S moment setrvačnosti daného úseku křídla. Vzhledem k tomu, že konstrukce modelového křídla se od té skutečné liší a zároveň nebyla přesně dodržena hmotnostní podobnost, je pravděpodobné, že podobnost momentů setrvačnosti nebude také zcela dodržena. Přesto budou v následující části tyto momenty určeny a bude porovnána případná odchylka skutečných hodnot od těch požadovaných.

¹³ Tato žebra budou kromě vyvažování také sloužit k uchycení modelářské fólie a zajištění její stability po celé ploše modelu.

Vzhledem k tomu, že moment setrvačnosti tak složitěho tvaru, jako je úsek křídla, je poměrně obtížné určit, přistupuje se k jeho výpočtu jistou aproximací. Tato aproximace spočívá v tom, že moment setrvačnosti úseku křídla se bere jako moment setrvačnosti hmotné tyče¹⁴, která má délku rovnu lokální hloubce profilu c_S a hmotnost rovnu hmotnosti úseku m_S . Tento moment setrvačnosti je pomocí Steinerovy věty určen k těžišti daného úseku. Pokud tedy těžiště hmotné tyče je rovno $c_S/2$ a úsek má těžiště v poloze $x_{T.O.}$, pak hledaný moment setrvačnosti tyče společně s aplikací Steinerovy věty je určen vztahem

$$I_S = \frac{1}{12} m_S c_S^2 + m_S \left(\frac{c_S}{2} - x_{T.O.} \right)^2 \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2] \quad (3.25)$$

a analogicky skutečný moment setrvačnosti úseku modelu je při hloubce profilu c_M , hmotnosti úseku m_M a poloze jeho T.O. $x_{T.O.}$ určen vztahem

$$I_M = \frac{1}{12} m_M c_M^2 + m_M \left(\frac{c_M}{2} - x_{T.O.} \right)^2 \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2] \quad (3.26)$$

Požadovaný moment setrvačnosti úseku modelu, který je určen měřítkem, se určí ze vztahu (3.24) jako

$$I_M = k_I \cdot I_S \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2] \quad (3.27)$$

Modelové měřítko momentů setrvačnosti lze na základě měřítek hustoty a délek zvolených v podkapitole 3.4 určit vztahem z literatury [10]

$$k_I = k_\rho \cdot k_l^5 \quad [-] \quad (3.28)$$

Jeho hodnota je po dosazení rovna

$$k_I = 5,95 \cdot 10^{-5}$$

¹⁴ Pozn. vedoucího práce.

Všechny výpočty na základě uvedených vztahů shrnují následující tabulky:

Tabulka 3.19 - Určení momentů setrvačnosti úseků křídla

Úsek	Hmotnost úseku	Lok. hloubka	Poloha T.O.	Moment setrvačnosti
[-]	m_S [kg]	c_S [m]	$x_{T.O.}$ [m]	I_S [kg·m ²]
3	9,76	1,481	0,501	2,34
4	8,76	1,394	0,494	1,78
5	7,81	1,306	0,486	1,33
6	6,91	1,219	0,473	0,98
7	6,06	1,131	0,441	0,74
8	5,28	1,044	0,429	0,52
9	4,55	0,956	0,282	0,52
10	3,87	0,869	0,290	0,32

Tabulka 3.20 - Určení momentů setrvačnosti úseků modelu

Úsek	Hmotnost úseku	Lok. hloubka	Poloha T.O.	Moment setrvačnosti
[-]	m_M [kg]	c_M [m]	$x_{T.O.}$ [m]	I_M [10 ⁻³ kg·m ²]
3	0,028	0,212	0,075	0,134
4	0,026	0,201	0,073	0,105
5	0,023	0,190	0,071	0,081
6	0,020	0,179	0,069	0,062
7	0,018	0,168	0,067	0,046
8	0,015	0,157	0,065	0,034
9	0,013	0,146	0,063	0,025
10	0,011	0,135	0,061	0,017

Srovnání na modelu docílených hodnot a měřítkem požadovaných hodnot shrnuje poslední tabulka.

Tabulka 3.21 - Srovnání skutečných a požadovaných hodnot momentů setrvačnosti

Úsek	Moment setrvačnosti	
	Požadovaný	Skutečný
[-]	$I_M [10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2]$	$I_M [10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2]$
3	0,139	0,134
4	0,106	0,105
5	0,079	0,081
6	0,058	0,062
7	0,044	0,046
8	0,031	0,034
9	0,031	0,025
10	0,019	0,017

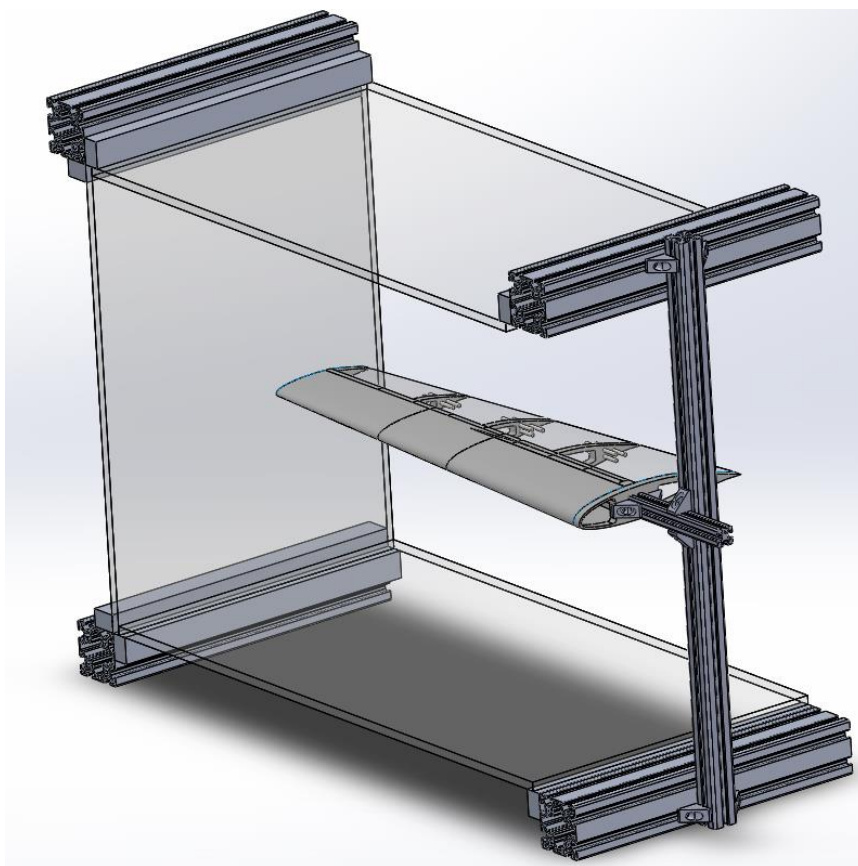
3.8 Umístění modelu v aerodynamickém tunelu

Měřicí sekce aerodynamického tunelu je postavena z hliníkových stavebnicových profilů 60×60 s drážkami. Je rozdělena na úseky, u kterých jsou odnímatelné boční a horní plexisklové panely.

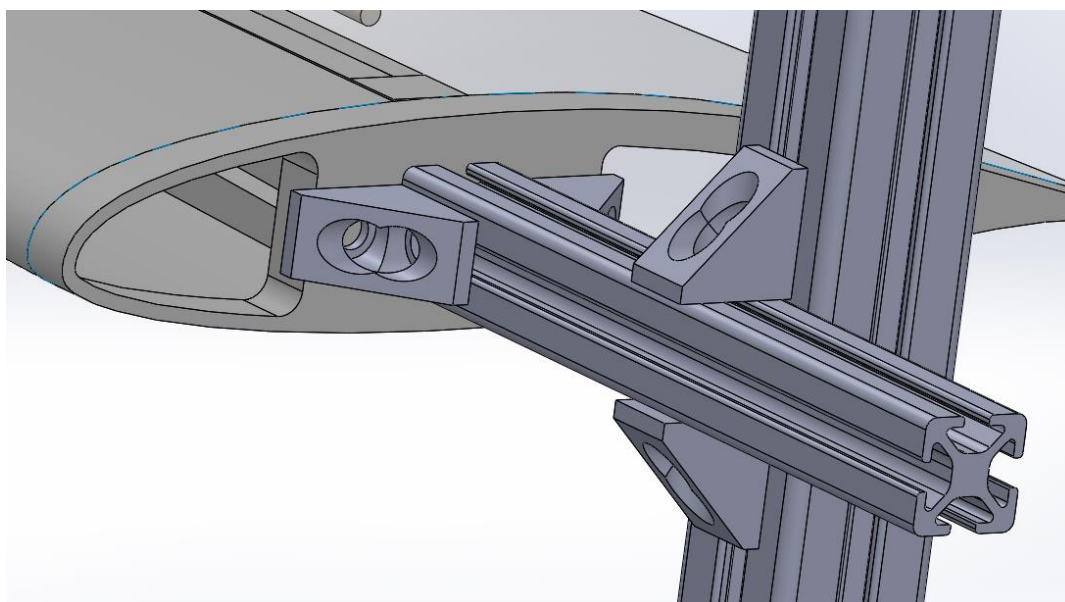
Myšlenkový návrh uložení modelu v tunelu spočívá v odstranění jednoho z bočních panelů a vybudování jednoduché konstrukce z dostupných hliníkových stavebnicových profilů. Za pomoci pravoúhlých spojek se šrouby spojí rámové profily 60×60 s profilem 30×30. Ke kořenovému žebříku modelu se ve dvou bodech přišroubuje kratší profil 20×20, který se nakonec spojí s konstrukcí. Názorněji je návrh vidět na následujících obrázcích:



Obr. 3.14 – Prázdný úsek měřicí sekce s plexisklovými panely



Obr. 3.15 - Návrh uchycení modelu



Obr. 3.16 - Detail návrhu uchycení kořenového žebra

Závěr

Cílem této práce bylo podat konstrukční návrh modelu křídla pro zkoušení flutteru. Model měl být navržen na základě podobnosti s vybraným referenčním křídlem. Zároveň úkolem bylo vysvětlit podstatu metody použité k dosažení elastické a hmotnostní podobnosti.

Za referenční křídlo bylo zvoleno křídlo experimentálního letounu VUT 061 Turbo, u něhož jsou známy potřebné charakteristiky. Daná je vnější geometrie a rozměry společně s průřezovými charakteristikami, jako jsou např. osově kvadratické momenty. Známé jsou také hmotnosti úseků křídla a v neposlední řadě i kritická rychlost flutteru o velikosti 136 m/s.

V kapitole 2 byla představena teorie modelových měřítek, z nichž byla vybrána ta měřítka, která jsou pro simulaci flutteru relevantní a v samotném návrhu v kapitole 3 následně prakticky aplikována. Jelikož délková a rychlostní měřítka jsou volitelná, návrh se prováděl pro model v číselném poměru velikosti 1:7 a za předpokladu, že flutter bude v aerodynamickém tunelu vyvolán při rychlosti 50 m/s. Stěžejní části návrhu tvoří podkapitoly 3.5 a 3.6, kde je modelováno rozložení tuhostí a hmotností. Při určování rozměrů konstrukce tak, aby v příslušném měřítku byly dodrženy ohybové a torzní tuhosti, se ukázalo, že v dané situaci nelze elastické podobnosti s referenčním křídlem zcela docílit. Bylo tedy provedeno korigování měřítek a určeny klíčové rozměry konstrukce pro tuto situaci. Jelikož se korigováním měřítek uměle snížila kritická rychlost flutteru skutečného křídla, na takové konstrukci tím pádem při rychlosti 50 m/s nelze flutter vyvolat. Řešení tohoto problému bylo představeno právě v kapitole 3.6, která se věnuje rozložení hmoty. Aby bylo možné dosáhnout flutteru, byla pomocí závaží hmota křídla přesunuta blíže k odtokové hraně modelu. Na závěr byl předložen návrh uchycení modelového křídla do aerodynamického tunelu.

V závěru řešení rozložení hmoty bylo zmíněno, že po přesunu těžištní osy blíže k odtokové hraně je velmi obtížné přesně stanovit, při jaké rychlosti bude na modelu flutter vyvolán. Po samotné výrobě a sestavení modelu bude tedy určení této rychlosti odkázáno na další testování a případné změny ve vyvažování, ke kterým je model přizpůsoben.

Seznam použitých zdrojů

- [1] KOPŘIVA, Zdeněk a Jaromír MALEČEK. *AEROELASTICITA*. Brno: VA AZ, 1982.
- [2] DANĚK, Vladimír. *Aeroelasticita*. Brno: Rektorát Vysokého učení technického v Brně, 1987.
- [3] Tacoma Narrows Bridge collapse. In: *Wikimedia Commons* [online]. b.r. [cit. 2018-04-17]. Dostupné z: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Tacoma-narrows-bridge-collapse.jpg>
- [4] Typy flutteru. In: *O letadlech* [online]. b.r. [cit. 2018-04-17]. Dostupné z: <http://www.slavetind.cz/stavba/Mechanika/Aeroelastickejevy.aspx>
- [5] Transonic Dynamics Tunnel. In: *NASA Spinoff* [online]. b.r. [cit. 2018-04-17]. Dostupné z: https://spinoff.nasa.gov/Spinoff2011/t_4.html
- [6] VUT 061 Turbo. In: *Letecký ústav VUT v Brně* [online]. b.r. [cit. 2018-04-17]. Dostupné z: <http://www.lu.fme.vutbr.cz/vut-061-turbo-leta/>
- [7] VRBKA, Jan. *Mechanika kompozitů* [online]. Brno: Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, Fakulta strojního inženýrství VUT v Brně, 2008 [cit. 2018-04-28]. Dostupné z: https://www.vutbr.cz/www_base/priloha.php?dpid=83340
- [8] ASA 3D tiskový materiál. *MATERIALPRO 3D* [online]. b.r. [cit. 2018-04-30]. Dostupné z: <https://www.materialpro3d.cz/materialovy-slovník/asa/>
- [9] Acrylonitrile styrene acrylate [ASA]. *MATBASE* [online]. b.r. [cit. 2018-04-30]. Dostupné z: <https://www.matbase.com/material-categories/natural-and-synthetic-polymers/thermoplastics/commodity-polymers/material-properties-of-acrylonitrile-styrene-acrylate-asa.html#properties>
- [10] WOŁOWICZ, Chester, James S. BOWMAN a William L. GILBERT. Similitude Requirements and Scaling Relationships as Applied to Model Testing. *NASA Technical Paper* [online]. 1979, (1435) [cit. 2018-04-17]. Dostupné z: <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19790022005.pdf>
- [11] MERTL, Vlastimil. *Konstrukce a projektování letadel*. Vyd. 1. Brno: PC-DIR Real, 2000. Učební texty vysokých škol. ISBN 80-214-1789-7.

Seznam použitých symbolů

Značka veličiny	Jednotka	Název veličiny
a_M	[mm]	Vzdálenost T.O. od E.O. pro model
a_S	[mm]	Vzdálenost T.O. od E.O. pro křídlo
A	[mm ²]	Obsah plochy příčného řezu dutinou
B	[mm]	Šířka pásnice
c_M	[mm]	Lokální hloubka profilu modelu
c_S	[mm]	Lokální hloubka profilu křídla
E	[GPa]	Modul pružnosti v tahu
E_M	[GPa]	Modul pružnosti v tahu materiálu modelu (ASA)
E_S	[GPa]	Modul pružnosti v tahu materiálu křídla (dural)
G	[GPa]	Modul pružnosti ve smyku
G_M	[GPa]	Modul pružnosti ve smyku materiálu modelu (ASA)
G_S	[GPa]	Modul pružnosti ve smyku materiálu křídla (dural)
h	[mm]	Vzdálenost pásnic
H	[mm]	Výška stojiny
I_M	[kg·m ²]	Moment setrvačnosti úseku modelu
I_S	[kg·m ²]	Moment setrvačnosti úseku křídla
J_{kM}	[mm ⁴]	Modul tuhosti v krutu průřezu pro model
J_{kS}	[mm ⁴]	Modul tuhosti v krutu průřezu pro křídlo
J_{xM}	[mm ⁴]	Osový kvadratický moment průřezu k ose x pro model
J_{xS}	[mm ⁴]	Osový kvadratický moment průřezu k ose x pro křídlo
k_{EJ_x}	[-]	Měřítka ohybové tuhosti
k_{GJ_k}	[-]	Měřítka torzní tuhosti
k_I	[-]	Měřítka momentů setrvačnosti
k_{J_k}	[-]	Měřítka modulů tuhosti v krutu
$k_{J_k}^*$	[-]	Korigované měřítka modulů tuhosti v krutu
k_{J_x}	[-]	Měřítka osových kvadratických momentů
$k_{J_x}^*$	[-]	Korigované měřítka osových kvadratických momentů
k_l	[-]	Měřítka délek
k_{lx}	[-]	Měřítka délek v ose x

Značka veličiny	Jednotka	Název veličiny
k_{ly}	[-]	Měřítka délek v ose y
k_m	[-]	Měřítka hmotností
k_v	[-]	Měřítka rychlostí
k_v^*	[-]	Korigované měřítka rychlostí
k_ρ	[-]	Měřítka hustoty vzduchu
l_x	[mm]	Délka ve směru osy x
l_{xM}	[mm]	Délka ve směru osy x pro model
l_{xS}	[mm]	Délka ve směru osy x pro křídlo
l_y	[mm]	Délka ve směru osy y
m_M	[g]	Hmotnost úseků modelového křídla
m_S	[kg]	Hmotnost úseků skutečného křídla
s_1	[mm]	Výška stojiny
s_2	[mm]	Délka oblouku
t	[mm]	Tloušťka stěny dutiny
t_p	[mm]	Tloušťka pásnice
v_{kM}	[m/s]	Rychlost proudění v tunelu (krit. rychlost flutteru modelu)
v_{kS}	[m/s]	Kritická rychlost flutteru křídla
v_{kS}^*	[m/s]	Korigovaná hodnota kritické rychlosti flutteru křídla
V_f	[-]	Objemový podíl vláken kompozitu
$x_{E.O.}$	[mm]	Poloha E.O. ve zvoleném souřadném systému
$x_{T.O.}$	[mm]	Poloha T.O. ve zvoleném souřadném systému
z_M	[mm]	Poloha řezu modelu ve zvoleném souřadném systému
z_S	[mm]	Poloha řezu křídla ve zvoleném souřadném systému
Π	[-]	Podobnostní číslo
ρ	[kg/m ³]	Hustota materiálu
ρ_c	[kg/m ³]	Hustota kompozitu
ρ_f	[kg/m ³]	Hustota vláken
ρ_m	[kg/m ³]	Hustota matrice
ρ_M	[kg/m ³]	Hustota vzduchu v tunelu
ρ_S	[kg/m ³]	Hustota vzduchu pro 0 m nadmořské výšky podle MSA

Seznam zkratek

ASA	Akrylonitril-styren-akryl
CAD	Computer aided design – Počítačová podpora modelování
E.O.	Elastická osa
MSA	Mezinárodní standardní atmosféra
SI	Le Système International d'Unités – Mezinárodní systém jednotek
T.O.	Těžištní osa

Seznam příloh

Příloha 1: Podklady k výpočtům a systémový výkres ref. křídla

Příloha 2: Systémový výkres modelu

Elektronická příloha: Model křídla k 3D tisku ve formátu STL

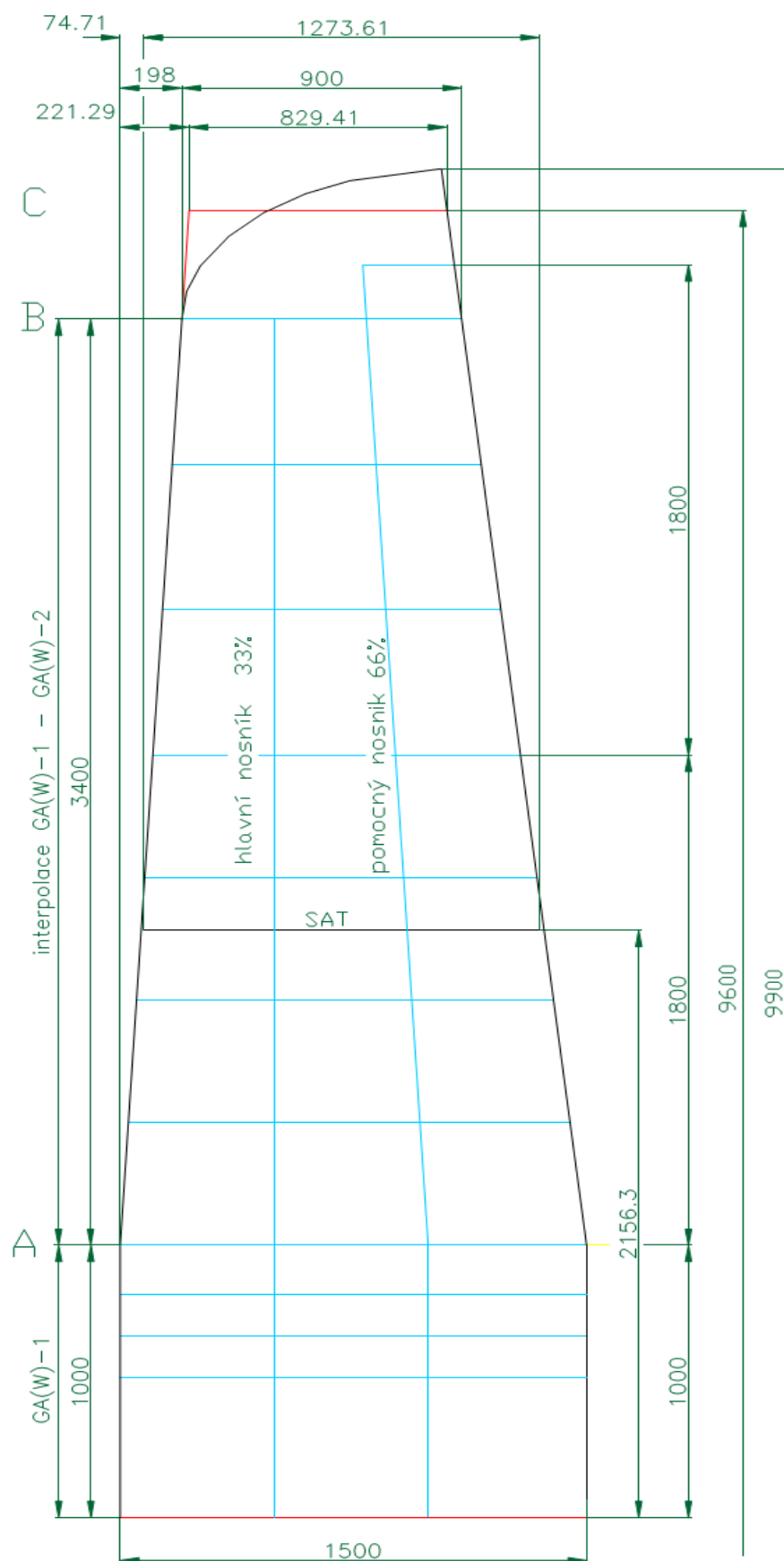
Příloha 1 – Podklady k výpočtům a systémový výkres ref. křídla

Rozložení průřezových charakteristik po rozpětí

z [mm]	J_x [mm ⁴]	J_y [mm ⁴]	m [kg]	a [mm]	J_k [mm ⁴]
218,75	10308614,11	20427470	9,932243	42,45	34300000
656,25	10308614,11	20427470	9,932243	42,45	58800000
1093,75	9960499,875	20074268	9,76083	42,1	44400000
1531,25	8480433,417	18013026	8,763686	40,2	36300000
1968,75	6785047,942	16010637	7,808509	38,65	29300000
2406,25	4906914,842	13878411	6,908431	41,6	22800000
2843,75	2194405,663	10825804	6,063454	64,51	17800000
3281,25	1732776,181	9125948	5,283229	66,81	13600000
3718,75	1339847,125	2746750	4,547753	204,54	10000000
4156,25	986862,9427	2353490	3,867377	187,23	7170000

Poloha elastické osy v procentech lokální hloubky

z [m]	c [m]	E.O. [%c]
0	1,5	38,2
0,275	1,5	38,2
0,375	1,5	38,2
0,376	1,5	38,2
0,431	1,5	38,2
0,5	1,5	38,2
0,859	1,5	38,2
1	1,5	38,2
1,559	1,401	38,2
1,844	1,351	38,2
1,967	1,329	38,2
2,362	1,259	39
2,741	1,193	40,9
2,864	1,171	42,5
2,985	1,149	44
3,556	1,049	51,4
4,064	0,959	52,3
4,335	0,911	52,9
4,419	0,896	53
4,578	0,868	53,3
4,724	0,842	53,6
4,8	0,829	53,7



Příloha 2 – Systémový výkres modelu

